

Workshop Computers in het onderwijs, 1950-1975



Danny Beckers

d.j.beckers@vu.nl

Inhoudsopgave

Werkschrift voor de proefklas III: Tweeklassig stelsel (ca. 1965)

Fragment Werkschrift Van a tot z (1968)

Fragment Werkboek Van a tot z (1969)

Opbouw nieuwe schoolwiskunde (1964)

Drie in één, tweede stuk (1970)



op uitbreiding

Werkschrift voor de Proefklas

III TWEETALLIG STELSEL

TH. M. E. LIKET

R. DE POEL

G. SCHOEMAKER

N.V. W. J. THIEME & CIE — ZUTPHEN

Werkschrift voor de Proefklas

III TWEETALLIG STELSEL

TH. M. E. LIKET

adj.-directeur Gooise h.b.s. te Bussum

R. DE POEL

hoofd Godelinde-ulo te Naarden

G. SCHOEMAKER

leraar wiskunde Het Baarns Lyceum



N.V. W. J. THIEME & CIE — ZUTPHEN

VOORWOORD

Deze lessen voor de proefklas vormen een neerslag van de ervaringen gedurende de laatste jaren opgedaan. Dit cahier is het derde van een serie van zes werkschriften, speciaal bedoeld voor het gebruik in proefklassen van een middelbare school, in een determineerklas van een uloschool of in de brugklas van het voortgezet onderwijs, zoals deze is voorgesteld in de mammoetwet.

Reeds thans kennen vele middelbare scholen het instituut van de proefklasse, die geheel of gedeeltelijk het toelatingsexamen vervangt. Vaak doet zich daarbij de moeilijkheid voor van het bepalen van de juiste leerstof. Hieraan kan men de volgende eisen stellen:

- a. de stof moet betrekkelijk gering in omvang zijn, omdat de meeste proefklassen niet meer dan 7 à 8 lessen omvatten;
- b. de stof moet in haar beperktheid een afgerond geheel vormen;
- c. het is niet de bedoeling, dat de proefklasse een voorgezette training inhoudt in de bekende typen sommen van de lagere school;
- d. de stof moet, zonder een duplicaat van de lagereschoolstof te zijn, aansluiten aan wat het kind heeft geleerd;
- e. de lessen moeten zo mogelijk selectief zijn, opdat uit de gemaakte opgaven en vooral ook uit de klasgesprekken gegevens kunnen worden geput, die een aanvulling vormen op de beoordelingen, die ons op andere wijze verstrekt worden.

Met deze lessen is reeds in proefklassen gewerkt. De praktijk heeft ons geleerd, dat leerlingen met een behoorlijk verstand en een redelijke vaardigheid in het cijferen de problemen zonder veel steun aan kunnen. De docent geeft alleen de aanwijzingen, die hij noodzakelijk acht. In het algemeen kan dat in een klasgesprek gebeuren, soms is een individuele behandeling nuttiger. Men kan hiermee niet alleen de mogelijkheden onderzoeken, die er voor de leerling bestaan om nieuwe begrippen te verwerken, maar ook de vaardigheid in het hanteren van symbolen. Tevens blijkt, of de leerling in staat is het gebodene in een soort recapitulatie te overzien.

Gebruikers zullen ons zeer verplichten met hun opmerkingen of een verslag van hun ervaringen.

Th. M. E. Liket
R. de Poel
G. Schoemaker

Les 1.

We beginnen met enige eenvoudige sommetjes; zet de antwoorden er achter:

$$\begin{array}{lll}
 2 \times 2 = & 2 \times 2 \times 2 = & 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \\
 3 \times 3 = & 3 \times 3 \times 3 = & 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \\
 4 \times 4 = & 4 \times 4 \times 4 = & 4 \times 4 \times 4 \times 4 = \\
 5 \times 5 = & 5 \times 5 \times 5 = & 5 \times 5 \times 5 \times 5 = \\
 10 \times 10 = & 10 \times 10 \times 10 = & 10 \times 10 \times 10 \times 10 =
 \end{array}$$

We kunnen natuurlijk nog veel meer getallen van dezelfde grootte op een rij zetten en vermenigvuldigen, b.v. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 6561$. We hebben er echter geen zin in om zoveel op te schrijven en daarom spreken we af, dat we in plaats van 2×2 schrijven: 2^2 . De betekenis is gelijk. We spreken 2^2 uit als „twee kwadraat” of „twee tot de tweede macht”. Dus: $2^2 = 4$; $3^2 = 9$, enzovoorts.

Bepaal nu de antwoorden (het antwoord er achter invullen):

$$\begin{array}{llll}
 4^2 = & 11^2 = & 18^2 = & 25^2 = \\
 5^2 = & 12^2 = & 19^2 = & 30^2 = \\
 6^2 = & 13^2 = & 20^2 = & 50^2 = \\
 7^2 = & 14^2 = & 21^2 = & 100^2 = \\
 8^2 = & 15^2 = & 22^2 = & 1000^2 = \\
 9^2 = & 16^2 = & 23^2 = & 0^2 = \\
 10^2 = & 17^2 = & 24^2 = & 1^2 =
 \end{array}$$

Het is duidelijk, dat we nu in plaats van $2 \times 2 \times 2 = 8$ zullen schrijven $2^3 = 8$. We spreken 2^3 uit als „twee tot de derde macht”. Zo is $2^4 =$ „twee tot de vierde macht” $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$.

En $2^7 =$ „twee tot de zevende macht” $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$.

Het getalletje, dat één- of meermalen met zichzelf vermenigvuldigd wordt, zullen we het **GRONDTAL** noemen. Het getalletje, dat aangeeft, hoeveel keer het grondtal voorkomt, heet **EXPONENT**.

Dus: 2^7 is een macht. Het grondtal is 2 en de exponent is 7.

3^4 is een macht. Het grondtal is 3 en de exponent is 4.

Bepaal:

$$\begin{array}{llll}
 2^5 = & 3^4 = & 2^6 = & 7^4 = \\
 2^8 = & 4^3 = & 0^3 = & 2^9 = \\
 2^{10} = & 5^4 = & 5^5 = & 3^5 = \\
 3^3 = & 6^3 = & 4^5 = & 4^4 = \\
 5^3 = & 7^3 = & 1^4 = & 8^3 = \\
 10^3 = & 10^4 = & 10^5 = & 10^6 =
 \end{array}$$

We letten nu eens speciaal op de machten van het getal 10, die telkens op de onderste regel in de rijtjes stonden. Vul nog eens in:

$$\begin{array}{llll} 10^2 = & 10^4 = & 10^6 = & 10^8 = \\ 10^3 = & 10^5 = & 10^7 = & 10^9 = \end{array}$$

Wat zien we bij deze uitkomsten?

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = \underline{\underline{10000}}.$$

We ontdekken, dat er bij elke macht van 10 als antwoord komt: een 1 met een aantal nullen. Het aantal nullen is gelijk aan het aantal malen, dat we 10 opschreven, dus gelijk aan de exponent van de macht.

Hoeveel nullen staan er dus in het antwoord van 10^{361} ? Antw.:

Hoeveel nullen staan er in het antwoord van 10^{1000} ? Antw.:

Wat betekent nu 4×10^3 ?

$$\text{Dit is: } 4 \times 10 \times 10 \times 10 = 4 \times 1000 = 4000.$$

Bepaal nu zelf:

$$\begin{array}{lll} 5 \times 10 = & 4 \times 10^5 = & 6 \times 10^3 = \\ 7 \times 10^2 = & 2 \times 10^6 = & 7 \times 10^5 = \\ 8 \times 10^3 = & 9 \times 10^7 = & 9 \times 10^4 = \\ 3 \times 10^4 = & 6 \times 10^8 = & 5 \times 10^2 = \end{array}$$

Hier staat een getal van vier cijfers: 3 9 2 7.

Hoe spreek je dat getal uit? Antwoord:

Of ook wel:

Als we in het getal 3927 de 9 en de 2 van plaats laten verwisselen, komt er een groter/kleiner getal te staan. Streep het foute woord door!

Je ziet dus, dat de plaats van de cijfers in een getal erg belangrijk is.

$$\begin{array}{l} \text{We weten:} \\ 1 = 1 \\ 11 = 10 + 1 \\ 111 = 100 + 10 + 1 \\ 1111 = 1000 + 100 + 10 + 1 \end{array}$$

In het getal 3927 is het laatste cijfer, de 7, echt de aanduiding van het aantal 7. We noemen dat de **waarde** van de 7. De 2, die voor de 7 staat is niet de aanduiding voor de waarde 2. Die 2 stelt de **waarde** 20 voor.

In het getal 3927 geeft de 7 het aantal **eenheden** aan,
geeft de 2 het aantal **tientallen** aan,
geeft de 9 het aantal **honderdtallen** aan,
geeft de 3 het aantal **duizendtallen** aan.

We mogen zeggen: **de waarde, die een cijfer in een getal heeft, hangt af van de plaats, die het cijfer in het getal inneemt.**

We zien: $3927 = 3 \times 1000 + 9 \times 100 + 2 \times 10 + 7$

en we kunnen dus ook schrijven:

$$3927 = 3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 2 \times 10 + 7 \times 1.$$

We kunnen dit aangeven met behulp van het volgende schema:

10^3	10^2	10	1
3	9	2	7

Hieruit kunnen we aflezen, dat $3927 = 3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 2 \times 10 + 7 \times 1$.

We geven nog een voorbeeld. Het getal 92834 kan als volgt in een schema worden geplaatst:

10^4	10^3	10^2	10	1
9	2	8	3	4

Dus: $92834 = 9 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10 + 4 \times 1$.

Doe nu hetzelfde in de onderstaande gevallen:

345678 schema:

--	--	--	--	--	--	--

Dus: $345678 =$

306417 schema:

--	--	--	--	--	--	--

Dus: $306417 =$

609005 schema:

--	--	--	--	--	--	--

Dus: $609005 =$

4058317 schema:

--	--	--	--	--	--	--	--

Dus: $4058317 =$

Bereken:

$2^2 =$	$2^5 =$	$2^8 =$
$2^3 =$	$2^6 =$	$2^9 =$
$2^4 =$	$2^7 =$	$2^{10} =$

Probeer de uitkomsten van de bovenstaande sommetjes (**machten** van 2) uit het hoofd te leren.

Les 2.

We hebben gezien, hoe we een getal kunnen splitsen naar machten van 10.

Zo is het getal 3802 te schrijven als:

$3 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 0 \times 10 + 2$. Het bijbehorende schema is:

10^3	10^2	10	1
3	8	0	2

Er zijn dus 2 eenheden, 0 tientallen, 8 honderdtallen en 3 duizendtallen. Een cijfer, dat in het tweede vakje staat (van rechts af gerekend) heeft een tien maal zo grote waarde als datzelfde cijfer in het eerste vakje. Daarom zeggen we, dat het getal 3802 geschreven is in het TIENTALLIG STELSEL.

We gaan nu eens proberen, een getal op een andere manier te splitsen dan in machten van 10. We nemen het getal 45, en gaan dit getal nu eens schrijven met behulp van de machten van 2.

We weten nog uit de vorige les, hoe groot de machten van 2 zijn.

$$2^2 = 4$$

$$2^5 = 32$$

$$2^8 = 256$$

$$2^3 = 8$$

$$2^6 = 64$$

$$2^9 = 512$$

$$2^4 = 16$$

$$2^7 = 128$$

$$2^{10} = 1024$$

Hoe splitsen we nu het getal 45 in machten van 2?

We zien, dat de hoogste macht van 2 die in 45 voorkomt is $2^5 = 32$.

Dus: $45 = 32 + 13$

$45 = 2^5 + 13$. In de rest 13 zit weer $2^3 = 8$.

$45 = 2^5 + 8 + 5 = 2^5 + 2^3 + 5$. In de rest 5 zit weer $2^2 = 4$.

$45 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 1$.

Wanneer we geen machten van 2 overslaan (dat deden we bij de machten van 10 ook niet!) wordt het:

$$45 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1.$$

En tenslotte proberen we hierbij weer een schema te maken. Dat gaat er dan als volgt uitzien:

2^5	2^4	2^3	2^2	2	1
1	0	1	1	0	1

Op die manier ontstaat er een getal, dat bestaat uit zes cijfers: 101101

Omdat we 45 gesplitst hebben in machten van 2 en van het resultaat een nieuw getal hebben gemaakt, zeggen we, dat 45 nu is geschreven in het TWEETALLIG STELSEL.

We kiezen een ander getal in het tientallig stelsel: 731.
 Gesplitst naar machten van 10 dus: $7 \times 10^2 + 3 \times 10 + 1$.
 We gaan het getal nu splitsen naar machten van 2:

$$\begin{aligned}
 731 &= 512 + 219 \\
 &= 512 + 128 + 91 \\
 &= 512 + 128 + 64 + 27 \\
 &= 512 + 128 + 64 + 16 + 11 \\
 &= 512 + 128 + 64 + 16 + 8 + 3 \\
 &= 512 + 128 + 64 + 16 + 8 + 2 + 1 \\
 &= 1 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + \\
 &\quad 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1.
 \end{aligned}$$

Het schema wordt:

1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1

En het getal 731 in het tientallig stelsel wordt dus in het tweetallig stelsel geschreven als: 1011011011

Je ziet, dat we voor het oplossen van deze probleempjes de machten van het getal 2 goed moeten kennen!

Probeer nu de volgende getallen uit het tientallig stelsel te schrijven met behulp van machten van 2:

61 =

Schema:

2^5	2^4	2^3	2^2	2	1	

Het getal 61 ziet er dus tweetallig zo uit:

.....

87 =

Schema:

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1

Het getal 87 ziet er dus tweetallig zo uit:

.....

134 =

Schema:

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1

Het getal 134 ziet er dus tweetallig zo uit:

.....

346 =

Schema:

2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1

Het getal 346 ziet er dus tweetallig zo uit:

.....

Het omgekeerde kunnen we ook doen.

In het tweetallig stelsel komen we het getal 1011011 tegen.
Welk getal is dit in het tientallig stelsel?

Oplossing:

we maken het schema:

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1
1	0	1	1	0	1	1

We zien, dat het getal dus moet zijn:

$$1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 = 64 + 16 + 8 + 2 + 1 = 91.$$

Probeer nu van de volgende getallen (die in het tweetallig stelsel geschreven zijn) te vertellen, hoe ze in het tientallig stelsel worden geschreven:

11001 Schema:

--	--	--	--	--

Dus 11001 (2t) = (10t)

10011 Schema:

--	--	--	--	--

Dus 10011 (2t) = (10t)

11111 Schema:

--	--	--	--	--

Dus 11111 (2t) = (10t)

110110 Schema:

--	--	--	--	--	--

Dus 110110 (2t) = (10t)

En nu proberen we het zonder schema.

$$53 (10t) = 32 + 16 + 4 + 1 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 110101 (2t)$$

$$46 (10t) =$$

$$100 (10t) =$$

$$155 (10t) =$$

$$10101 (2t) = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 16 + 4 + 1 = 21 (10t)$$

$$11011 (2t) = \span style="float: right;">(10t)$$

$$100101 (2t) = \span style="float: right;">(10t)$$

Het omgekeerde kunnen we ook doen.

In het tweetalig stelsel komen we het getal 1011011 tegen.

Welk getal is dit in het tientalig stelsel?

Oplossing:

we maken het schema:

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1
1	0	1	1	0	1	1

We zien, dat het getal dus moet zijn:

$$1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 = 64 + 16 + 8 + 2 + 1 = 91.$$

Probeer nu van de volgende getallen (die in het tweetalig stelsel geschreven zijn) te vertellen, hoe ze in het tientalig stelsel worden geschreven:

11001 Schema:

--	--	--	--	--

Dus 11001 (2t) = (10t)

10011 Schema:

--	--	--	--	--

Dus 10011 (2t) = (10t)

11111 Schema:

--	--	--	--	--

Dus 11111 (2t) = (10t)

110110 Schema:

--	--	--	--	--	--

Dus 110110 (2t) = (10t)

En nu proberen we het zonder schema.

$$53 (10t) = 32 + 16 + 4 + 1 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 110101 (2t)$$

$$46 (10t) =$$

$$100 (10t) =$$

$$155 (10t) =$$

$$10101 (2t) = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 16 + 4 + 1 = 21 (10t)$$

$$11011 (2t) = \span style="float: right;">(10t)$$

$$100101 (2t) = \span style="float: right;">(10t)$$

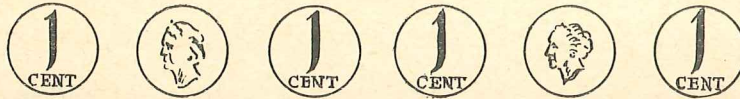
Les 3.

Vader, Moeder, Ans, Mieke, Jan en Henk zitten om de tafel. Mieke en Henk hebben 's middags een afspraak gemaakt en nu het avond is wachten de anderen, nieuwsgierig geworden door de aankondiging van Henk, dat er iets geheimzinnigs zou gaan gebeuren.

„Mieke en ik kunnen elkaars gedachten lezen!” kondigt Henk met een ernstig gezicht aan. „Vader, mogen we een aantal centen van U?” Vader zoekt in zijn portemonnaie en legt tien centen op tafel. „Zijn het er zo genoeg?” vraagt hij. „Waarschijnlijk wel,” antwoordt Henk. Hij kijkt met een veelbetekenend gezicht naar Mieke. „Ga jij de kamer uit, Mieke?”

Mieke verlaat de kamer en Henk vraagt aan Ans of ze de deur goed dicht wil doen. „Moeder, wilt u nu een getal noemen?” vraagt Henk. Moeder denkt even na en zegt dan: „vijfenvertig”.

„Het wonder gaat gebeuren!” roept Henk. „'t Zal wel,” spot Jan. „Je wilt ons toch niet gaan vertellen, dat Mieke nu weet, welk getal Moeder heeft genoemd?” „En dat is nu juist, wat ik wilde beweren,” zegt Henk voldaan. Hij neemt de centen van de tafel en legt ze op een rijtje neer. Let op:



Hij trekt er een heel geheimzinnig gezicht bij en vervolgens roept hij Mieke, die op de gang staat te wachten. Mieke komt binnen en grinnikt als ze de ernstige gezichten rond de tafel ziet. Ze gaat op de plaats staan, die Henk haar aanwijst en kijkt naar de centen op de tafel. Henk sluit zijn ogen en doet net of hij heel diep nadenkt. „Ja,” zegt Mieke na enige ogenblikken, „ik weet het. Het getal is vijfenvertig.”

„Hoe is het mogelijk!” roept Moeder, terwijl Jan met open mond toekijkt. „Leer mij dat ook eens, Henk!” Maar Henk en Mieke hebben veel te veel plezier in het spelletje. „Je moet er een speciaal gevoel voor hebben,” zegt Henk, „niet iedereen kan dat.”

„Ik denk, dat ik dat gevoel ook heb,” zegt Vader, die enige tijd nauwkeurig naar de centen gekeken heeft. „Maar doen jullie het eerst nog maar een keer, dan weet ik of ik het ook kan.”

Nu gaat Henk de kamer uit, en Mieke vraagt aan Ans of ze een getal wil zeggen. Wij gaan even met Henk mee en als we weer in de kamer komen, liggen de centen, die Mieke heeft neergelegd, als volgt:



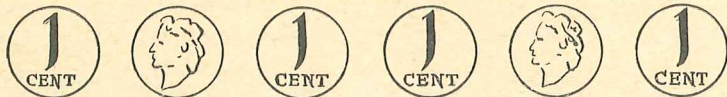
Vul nu hier eens in, welk getal Ans genoemd heeft:

Ze vonden het prachtig. En daarna worden er nog heel wat centen op tafel gelegd, omdat ze het allemaal een keer willen proberen.

Probeer nu eens van de volgende centenrijtjes te vertellen, welk getal wordt bedoeld :



Het getal is :
.....



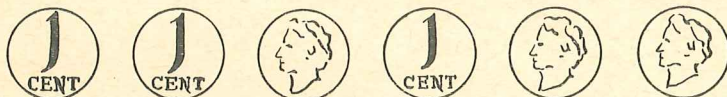
Het getal is :
.....



Het getal is :
.....



Het getal is :
.....



Het getal is :
.....

Nu keren we de rollen om. Leg de centen zo neer, dat de aangegeven getallen door de centenrij wordt voorgesteld. Teken daarbij de cent met de 1 er op als



en die met de afbeelding van de Koningin erop als :



73 :

167 :



511 :

600 :

En nu een vraag : vertel eens, welk getal het grootste is, dat Henk met de tien centen die hij van Vader kreeg, kan neerleggen.

Het getal is : (2t) = (10t).

Zoals je ziet, kunnen we met behulp van centen alle getallen in het tweetalig stelsel uitbeelden.

We hebben daarvoor slechts nodig de  en de 

Dit betekent, dat er in het tweetalig stelsel maar twee cijfers bestaan : de 0 en de 1. In het tientalig stelsel kennen we de cijfers : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.

Het getal tien wordt geschreven als „een tiental”, dus 1 tiental + 0 eenheden oftewel 10. Het betekent dus eigenlijk „een stapeltje van tien en meer niet”.

In het tweetallig stelsel bestaat het cijfer 2 niet. Als we twee bij elkaar hebben, maken we daar een nieuw stapeltje van, een „tweetal”. Het getal 2 wordt dus in het tweetallig stelsel geschreven als 1 tweetal + 0 eenheden of: 10. Ook uit het schema voor het getal 2 blijkt dit:

1	0
2	1

We zullen nu een aantal getallen naast elkaar zetten in het tientallig stelsel en in het tweetallig stelsel, waarbij we voor het laatste geval een schema aangeven.

We hebben zojuist gevonden: $2 (10t) = 10 (2t)$.

Of in woorden: het getal, dat in het tientallig stelsel wordt geschreven als 2, wordt in het tweetallig stelsel geschreven als 10.

10-tallig	2-tallig	schema
1	1	1×1
2	10	$1 \times 2 + 0 \times 1$
3	11	$1 \times 2 + 1 \times 1$
4	100	$1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
5	101	$1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
6	110	$1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
7	111	$1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
8	1000	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
9	1001	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
10	1010	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
11	1011	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
12	1100	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
13	1101	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
14	1110	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
15	1111	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
16	10000	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 \times 1$

Maak deze lijst nu zelf af tot en met 24:

- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24

Les 4.

We gaan nu eens proberen, of we kunnen optellen in het tweetallig stelsel. En dan beginnen we heel eenvoudig. Hoeveel is $1 + 1$?

In het tientallig stelsel geldt: $1 + 1 = 2$. Maar in het tweetallig stelsel bestaat het cijfer 2 niet. Wel weten we, dat twee in het tweetallig stelsel wordt geschreven als 10. Dit hebben we ontdekt op bladzijde 9.

In het tweetallig stelsel geldt dus: $1 + 1 = 10$.

We zetten ze nu eens onder elkaar:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \hline + \end{array}$$

Als we optellen, wordt $1 + 1$ een geheel stapeltje van 2, dus een tweetal + 0 eenheden, dus 10. In het tientallig stelsel is het stapeltje van de eenheden pas „vol” als we bij 9 optellen: 1, waarbij er dus 0 wordt opgeschreven en 1 (tiental) verhuist naar het rijtje van de tientallen.

In het tweetallig stelsel is het achterste rijtje van eenheden al „vol” als we bij 1 weer 1 optellen. Dan verhuist er dus een 1 naar de rij van de tweetallen en achteraan komt een 0 te staan.

Het is duidelijk, dat we bij optelling van $0 + 1$ krijgen: 1.

Zo is de optelling van 1 en 0: $1 + 0 = 1$.

We komen zo op de **REGELS VOOR HET OPTELLEN** in het tweetallig stelsel:

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 0 \text{ (en er gaat een 1 naar de volgende kolom!)} \end{aligned}$$

We kunnen nu dus optellen, en geven eerst een paar voorbeelden:

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 100 \\ \hline + \\ 11111 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11011 \text{ (2t)} = 27 \text{ (10t)} \\ 100 \text{ (2t)} = 4 \text{ (10t)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 27 + 4 = 31 \\ 11111 \text{ (2t)} = 31 \text{ (10t)} \end{array}$$

We zien dus, dat het antwoord klopt.

Zo kunnen we optellen:

$$\begin{array}{r} 1000110 \\ 111001 \\ \hline + \\ 1111111 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1000110 \text{ (2t)} = 70 \text{ (10t)} \\ 111001 \text{ (2t)} = 57 \text{ (10t)} \end{array}$$

$$70 + 57 = 127$$

$$1111111 \text{ (2t)} = 127 \text{ (10t)}$$

Het antwoord is dus weer in orde.

Tel de getallen bij elkaar op, zoals aangegeven. De getallen staan alle in het tweetallig stelsel:

$$\begin{array}{r} 11010 \\ 101 \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} 10001 \\ 1110 \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} 101010 \\ 10001 \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} 100110 \\ 10001 \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} 110000 \\ 1010 \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} 1011001 \\ 100010 \\ \hline + \end{array}$$

Schrijf dezelfde optellingen nu nog eens op, maar dan in het tientallig stelsel. Controleer het antwoord!

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{-----} \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{-----} \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{-----} \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{-----} \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{-----} \\ \hline + \end{array}$$

We gaan nu oefenen met het „overspringen” naar de volgende kolom. Denk erom: $1 + 1 = 10$ in het tweetallig stelsel.

$$\begin{array}{r}
 10101 \\
 \underline{101} \\
 11010
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 21 \\
 \underline{5} \\
 26
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 1101001 \\
 \underline{10001101} \\
 11110110
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 105 \\
 \underline{141} \\
 246
 \end{array}$$

Voor de volgende optellingen in het tweetallig stelsel uit en zet de optelling er in het tientallig stelsel naast:

$$\begin{array}{r}
 110010 \\
 \underline{1011} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 100101 \\
 \underline{110101} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 1010101 \\
 \underline{1010101} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 1001011 \\
 \underline{1101010} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 100001 \\
 \underline{111101} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 1010010 \\
 \underline{1011011} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 \\
 \\

 \end{array}$$

De volgende optelling is nog weer iets moeilijker. We proberen op te tellen:

$$\begin{array}{r}
 10011 \\
 \underline{1001} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{l}
 \text{Wanneer we de twee enen uit de laatste kolom optellen, moeten we} \\
 \text{opschrijven: 0, terwijl er een 1 naar de tweede kolom verhuist.} \\
 \text{Maar daar staat al een 1. Samen met de 1, die uit de eerste kolom} \\
 \text{komt geeft dat weer een 0 en er gaat weer een 1 naar de derde kolom} \\
 \text{van rechts.}
 \end{array}$$

Het resultaat wordt dus:

$$\begin{array}{r}
 10011 \\
 \underline{1001} \\
 11100
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 19 \\
 \underline{9} \\
 28
 \end{array}$$

Tel nu op en controleer het antwoord in het tientallig stelsel:

$$\begin{array}{r}
 10110 \\
 \underline{10011} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 100110 \\
 \underline{10010} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 110110 \\
 \underline{10010} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 101101 \\
 \underline{101} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 10011011 \\
 \underline{10001001} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 1010110 \\
 \underline{1010011} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 \\
 \\

 \end{array}$$

We komen tot een volgende optelling:

$$\begin{array}{r}
 10011 \\
 \underline{1011} \\

 \end{array}
 +
 \begin{array}{l}
 \text{De laatste kolom wordt: } 1 + 1 = 0, \text{ er schuift een 1 op naar de} \\
 \text{kolom ernaast. Maar daar staan al twee enen! Er komt: } 1 + 1 + 1 \\
 \text{en dit is een tweetal } + 1. \text{ Er komt dus in de een na laatste kolom een 1} \\
 \text{te staan en ook nu schuift er een 1 op naar de volgende kolom.}
 \end{array}$$

De optelling wordt:

$$\begin{array}{r}
 10011 \\
 \underline{1011} \\
 11110
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 11 \\
 \underline{19} \\
 30
 \end{array}$$

Probeer nu de volgende optellingen in het tweetallig stelsel uit te voeren en zet de controle in het tientallig stelsel ernaast :

1011011 1011011 ----- +	+ +	1001101 101101 ----- +	+ +	100110 10111 ----- +	+ +
1101101 1100101 ----- +	+ +	1000110 110111 ----- +	+ +	1100110 100110 ----- +	+ +
110111 110011 ----- +	+ +	1001101 1111101 ----- +	+ +	1011011 111011 ----- +	+ +
1111111 101010 ----- +	+ +	1001011 1011101 ----- +	+ +	1010101 101111 ----- +	+ +

We schrijven nu een aantal optellingen in het tientallig stelsel op. Zet de getallen in het tweetallig stelsel en voer daarna de optelling in het tweetallig stelsel uit.

Voorbeeld:

25 19 ----- +	44 +	16 + 8 + 1 16 + 2 + 1 ----- +	32 + 8 + 4	11001 101100 ----- +	10011
---------------------	------	-------------------------------------	------------	----------------------------	-------

27 17 ----- +	+ +	35 21 ----- +	+ +
57 34 ----- +	+ +	47 47 ----- +	+ +
89 36 ----- +	+ +	99 56 ----- +	+ +
144 59 ----- +	+ +	513 63 ----- +	+ +

En nu een moeilijke :

1789 661 ----- +	+ +
------------------------	------------

Les 5.

We oefenen nog eens met het optellen van twee getallen :

$$\begin{array}{r}
 101101 \\
 10111 \\
 \hline
 \end{array}
 + \quad
 \begin{array}{r}
 110111 \\
 10111 \\
 \hline
 \end{array}
 + \quad
 \begin{array}{r}
 1001101 \\
 1011011 \\
 \hline
 \end{array}
 + \quad
 \begin{array}{r}
 46 \\
 39 \\
 \hline
 \end{array}
 + \quad
 \begin{array}{r}
 68 \\
 49 \\
 \hline
 \end{array}
 +$$

We zullen nu proberen meer dan twee getallen tegelijk bij elkaar op te tellen in het tweetallig stelsel. We nemen als voorbeeld :

$$\begin{array}{r}
 10110 \\
 100111 \\
 1011101 \\
 11011 \\
 101101 \\
 10011 \\
 \hline
 1243445 \\
 \text{ihg fedcba} \\
 11110101
 \end{array}
 +$$

- We gaan deze zes getallen in het tweetallig stelsel optellen. De kolommen hebben we voor de duidelijkheid aangegeven met de letters a, b, c, d, e, f, g, h en i, van achter af.
- Boven de letters staat het aantal enen, dat in de bijbehorende kolom staat.
- Kolom a.** De vijf enen vormen twee tweetallen + 1. Er gaan dus twee tweetallen naar kolom b. In kolom a plaatsen we een 1.
 - Kolom b.** Bij de vier enen uit kolom b komen er nog twee uit kolom a. Dat worden er dus zes. Deze zes enen vormen drie viertallen + 0 tweetallen. Er gaan dus drie viertallen naar kolom c. In kolom b plaatsen we een 0.
 - Kolom c.** Bij de vier enen uit kolom c komen er nog drie uit kolom b. Dat worden er dus zeven. Deze zeven enen vormen drie achttallen + 1 viertal. Er gaan dus drie achttallen naar kolom d. In kolom c plaatsen we een 1.
 - Kolom d.** Bij de drie enen uit kolom d komen er nog drie uit kolom c. Dat worden er dus zes. Deze zes enen vormen drie zestientallen + 0 achttallen. Er gaan dus drie zestientallen naar kolom e. In kolom d plaatsen we een 0.
 - Kolom e.** Bij de vier enen uit kolom e komen er nog drie uit kolom d. Dat worden er dus zeven. Deze zeven enen vormen drie 32-tallen + 1. 16-tal. Er gaan dus drie 32-tallen naar kolom f. In kolom e plaatsen we een 1.
 - Kolom f.** Bij de twee enen uit kolom f komen er nog drie uit kolom e. Dat worden er dus vijf. Deze vijf enen vormen twee 64-tallen + 1. 32-tal. Er gaan dus twee 64-tallen naar kolom g. In kolom f plaatsen we een 1.
 - Kolom g.** Bij de één uit kolom g komen er nog twee uit kolom f. Dat worden er dus drie. Deze drie enen vormen één 128-tal + 1. 64-tal. Er gaat dus één 128-tal naar kolom h. In kolom g plaatsen we een 1.
 - Kolom h.** Uit kolom g komt één 1. Die plaatsen we in kolom h.

Het antwoord hebben we onder de letters van de kolommen geplaatst.

We schrijven de optelling nog eens op en nu met de getallen er naast, zoals ze er in het tientallig stelsel uitzien.

$$\begin{array}{rcl}
 10110 & = & 16 + 4 + 2 = 22 \\
 100111 & = & 32 + 4 + 2 + 1 = 39 \\
 1011101 & = & 64 + 16 + 8 + 4 + 1 = 93 \\
 11011 & = & 16 + 8 + 2 + 1 = 27 \\
 101101 & = & 32 + 8 + 4 + 1 = 45 \\
 10011 & = & 16 + 2 + 1 = 19 \\
 \hline
 11110101 & + & = 128 + 64 + 32 + 16 + 4 + 1 = 245 +
 \end{array}$$

We geven nog een ander voorbeeld in de vorm van een schema. Probeer dit schema zelf te ontcijferen!

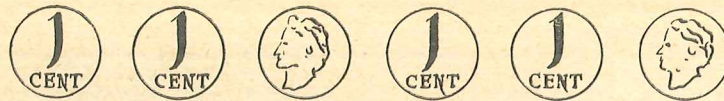
2^5	2^4	2^3	2^2	2	1				
		1	1	1	1		$8 + 4 + 2 + 1 =$	15	
			1	1	1		$4 + 2 + 1 =$	7	
		1	0	1	0		$8 + 2 =$	10	
								$=$	$32 +$
1	0	0	0	0	0				

Voer de volgende optellingen in het tweetallig stelsel uit en zet de controle in het tientallig stelsel ernaast:

$ \begin{array}{r} 110110 \\ 11010 \\ 1101 \\ \hline + \end{array} $	$ \begin{array}{r} 111011 \\ 11000 \\ 11111 \\ \hline + \end{array} $
$ \begin{array}{r} 1011010 \\ 110110 \\ 10110 \\ \hline + \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1101011 \\ 101110 \\ 100011 \\ \hline + \end{array} $
$ \begin{array}{r} 1011101 \\ 110101 \\ 1111111 \\ \hline + \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1001011 \\ 111111 \\ 101101 \\ \hline + \end{array} $
$ \begin{array}{r} 111011 \\ 11001 \\ 10111 \\ 101010 \\ 10011 \\ \hline + \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1101101 \\ 101101 \\ 1111111 \\ 100100 \\ 111011 \\ \hline + \end{array} $
$ \begin{array}{r} 1010101 \\ 1010101 \\ 1010101 \\ 1010101 \\ \hline + \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ \hline + \end{array} $

We herhalen nu een paar problemen uit voorgaande lessen.

Vraag 1. Welk getal wordt er door de centenrij voorgesteld?



Antwoord: het getal is

Vraag 2. Hoe schrijf je 3456 (10t) in het tweetallig stelsel?

Antwoord: het getal is

Vraag 3. Het getal 10110101 is geschreven in het tweetallig stelsel.
Hoe ziet dat getal er in het tientallig stelsel uit?

Antwoord: het getal is

Vraag 4. Als je het getal 288 met behulp van centen wilt uitbeelden, hoe ziet de centenrij er dan uit?

Antwoord:

Vraag 5. Wat is het grootste getal van zes cijfers in het tweetallig stelsel?
En hoe ziet dat getal er in het tientallig stelsel uit?

Antwoord: het getal is (2t) = (10t).

Nu voeren we nog enige optellingen uit:

11011	10101	1101	110110
110110	1010100	11010	1101100
11011000	10101000	110100	110110000
----- +	----- +	----- +	----- +

101101	111101	1010111	111111
1011010	1111010	10101110	1111110
10110100	11110100	101011100	111111000
101101000	111101000	1010111000	1111110000
----- +	----- +	----- +	----- +

Les 6.

Het VERMENIGVULDIGEN in het tweetallig stelsel is niet moeilijk, als we eenmaal kunnen optellen. We bekijken nog eens een vermenigvuldiging in het tientallig stelsel om te zien, wat er precies gebeurt.

$$\begin{array}{r}
 2564 \\
 3062 \\
 \hline
 5128 \\
 153840 \\
 7692000 \\
 \hline
 7850968
 \end{array}
 \times$$

Als we 2564 met 3062 vermenigvuldigen, nemen we 2564 eerst tweemaal, daarna zestigmaal en tenslotte drieduizendmaal. We berekenen dus eerst $2 \times 2564 = 5128$. Daarna $6 \times 2564 \times 10 = 153840$. We kunnen dus net zo goed zesmaal 2564 nemen en het resultaat één plaats naar rechts opschuiven (want dat is hetzelfde als met tien vermenigvuldigen). Tenslotte nemen we $3 \times 2564 \times 1000 = 7692000$. Dit bereiken we ook als we 3×2564 nemen en het getal drie plaatsen opschuiven naar links. Tenslotte tellen we de uitkomsten op.

Dat optellen is niet moeilijk, het vermenigvuldigen is lastiger.

Het prettige is nu, dat het vermenigvuldigen in het tweetallig stelsel helemaal geen probleem meer is, omdat we slechts met 0 en met 1 behoeven te vermenigvuldigen.

Voorbeeld:

$$\begin{array}{r}
 10010 \\
 1011 \\
 \hline
 10010 \\
 100100 \\
 10010000 \\
 \hline
 11000110
 \end{array}
 \times$$

We passen dezelfde regels toe als bij het vermenigvuldigen in het tientallig stelsel. Je kunt dit zien in het hiernaast staande voorbeeld. We hebben vermenigvuldigd met 1. Daarna weer met 1 (maar één plaats opgeschoven. En tenslotte vermenigvuldigen we weer met 1 (met drie plaatsen opschuiven van rechts af). Het resultaat van de optelling wordt 11000110.

$$\begin{array}{l}
 \text{Controle van het antwoord.} \quad 10010 (2t) = 18 (10t) \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1011 (2t) = 11 (10t) \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 11000110 (2t) = 198 (10t)
 \end{array}$$

$11 \times 18 = 198$. De uitkomst klopt dus.

We zien, dat het vermenigvuldigen in het tweetallig stelsel alleen een zaak van goed optellen is. We gaan hierin eerst nog wat oefenen:

Tel op (tweetallig):

11011	10101	11111	110110
110110	1010100	111110	1101100
1101100	10101000	1111100	11011000
11011000	101010000	11111000	1101100000
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
110111	100011	1111	101010
1101110	10001100	11110	1010100
110111000	100011000	1111000	10101000
11011100000	1000110000	11110000	101010000
110111000000	10001100000	1111000000	10101000000
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+

En nu gaan we echt vermenigvuldigen in het tweetallig stelsel.

Voorbeeld :

$$\begin{array}{r} 11101 \\ 1001 \\ \hline 11101 \\ 11101000 \\ \hline 100000101 \end{array} \times$$

Controle (tientallig):

$$\begin{array}{r} 29 \\ 9 \\ \hline 261 \end{array} \times$$

$$100000101 (2t) = 261 (10t).$$

Nu zelf:

Controle

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 10101 \\ \hline \end{array} \times$$

$$\begin{array}{r} 110101 \\ 11011 \\ \hline \end{array} \times$$

$$\begin{array}{r} 1101001 \\ 1101 \\ \hline \end{array} \times$$

$$\begin{array}{r} 10111 \\ 10111 \\ \hline \end{array} \times$$

$$\begin{array}{r} 10110101 \\ 110011 \\ \hline \end{array} \times$$

$$\begin{array}{r} 111111 \\ 111111 \\ \hline \end{array} \times$$

Voer de onderstaande vermenigvuldigingen uit in het tweetallig stelsel. Je moet de getallen dus eerst vanuit het tientallig stelsel omzetten in het tweetallig stelsel.

$$\begin{array}{rcl}
 17 \times 23 & 23 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & 17 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & \underline{\hspace{2cm}} & \times
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{Controle (10t): } 23 \\
 17 \\
 \hline \times
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 43 \times 75 & 75 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & 43 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & \underline{\hspace{2cm}} & \times
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{Controle (10t): } 75 \\
 43 \\
 \hline \times
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 59 \times 221 & 221 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & 59 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & \underline{\hspace{2cm}} & \times
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{Controle (10t): } 221 \\
 59 \\
 \hline \times
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 89 \times 537 & 537 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & 89 \text{ (10t)} = & (2t) \\
 & \underline{\hspace{2cm}} & \times
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{Controle (10t): } 537 \\
 89 \\
 \hline \times
 \end{array}$$

De volgende vermenigvuldiging staat in het tweetallig stelsel. Probeer de gehele vermenigvuldiging te schrijven in het tientallig stelsel:

$$\begin{array}{r}
 101101110 \\
 1101101 \\
 \hline \times \\
 101101110 \\
 10110111000 \\
 101101110000 \\
 10110111000000 \\
 101101110000000 \\
 \hline
 1001101111010110
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \underline{\hspace{2cm}} \\
 \times
 \end{array}$$

Les 7.

HERHALING

Een **MACHT** is een vermenigvuldiging van een aantal gelijke getallen.

Het **GRONDTAL** van een macht is het getal, dat we een aantal malen vermenigvuldigen.

De **EXPONENT** van de macht is het getalletje, dat aangeeft, hoeveel malen het grondtal in de vermenigvuldiging voorkomt.

$$2^3 \text{ is een macht. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8.$$

Het grondtal van de macht 2^3 is 2; de exponent is 3.

Het **TIENTALLIG STELSEL** is een schrijfwijze van de getallen. Bij deze schrijfwijze worden stapeltjes van 10 als een geheel beschouwd. De getallen zijn opgebouwd met behulp van de machten van 10.

$$3756 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6.$$

Het **TWEETALLIG STELSEL** is een andere schrijfwijze van de getallen. Bij deze schrijfwijze worden stapeltjes van 2 als een geheel beschouwd. De getallen zijn opgebouwd met behulp van de machten van 2.

$$101101 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1.$$

Omzetten van een getal uit het tientallig stelsel in het tweetallig stelsel:

$$\begin{aligned} 1865 &= 1024 + 512 + 256 + 64 + 8 + 1 \\ &= 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + \\ &\quad + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1. \text{ Het getal wordt dus: } 11101001001. \end{aligned}$$

Omzetten van een getal uit het tweetallig stelsel in het tientallig stelsel:

$$\begin{aligned} 101101011 &= 1 \times 2^8 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 = \\ &= 256 + 64 + 32 + 8 + 2 + 1. \text{ Het getal wordt dus: } 363. \end{aligned}$$

Regels voor het optellen van getallen in het tweetallig stelsel:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ (en er gaat een 1 naar de volgende kolom).}$$

OPGAVEN

1. Schrijf het volgende getal uit het tweetallig stelsel in het tientallig stelsel :

101101110.

Antwoord: 101101110 (2t) = (10t).

2. Schrijf het volgende getal uit het tientallig stelsel in het tweetallig stelsel :

496.

Antwoord: 496 (10t) = (2t).

3. (pas op!) Schrijf het volgende getal uit het tientallig stelsel in het tweetallig stelsel : 1011.

Antwoord: 1011 (10t) = (2t).

4. Voer de volgende optellingen uit in het tweetallig stelsel en controleer je antwoord in het tientallig stelsel :

$$\begin{array}{r} 29 \\ 17 \\ \hline \end{array} + \quad \text{-----} + \quad \begin{array}{r} 55 \\ 19 \\ \hline \end{array} + \quad \text{-----} +$$

5. Voer de volgende optellingen uit in het tientallig stelsel en controleer je antwoord in het tweetallig stelsel :

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 101101 \\ \hline \end{array} + \quad \text{-----} + \quad \begin{array}{r} 110111 \\ 11100 \\ \hline \end{array} + \quad \text{-----} +$$

6. Voer de volgende vermenigvuldigingen uit in het tweetallig stelsel en controleer je antwoord in het tientallig stelsel :

$$\begin{array}{r} 13 \\ 9 \\ \hline \end{array} \times \quad \text{-----} \times \quad \begin{array}{r} 69 \\ 57 \\ \hline \end{array} \times \quad \text{-----} \times$$

7. Onderstaande vermenigvuldiging is uitgevoerd in het tweetallig stelsel.
Zet hem over in het tientallig stelsel.

$$\begin{array}{r}
 110111 \\
 11011 \\
 \hline
 110111 \\
 1101110 \\
 110111000 \\
 1101110000 \\
 \hline
 10111001101
 \end{array}
 \times \qquad \text{-----} \times$$

8. Tel op (tweetallig) en controleer het antwoord tientallig :

$$\begin{array}{r}
 11011 \\
 110011 \\
 10111 \\
 1000000 \\
 111111 \\
 \hline
 \end{array}
 + \qquad \text{-----} + \qquad
 \begin{array}{r}
 101101 \\
 10011 \\
 10111011 \\
 1011101 \\
 110110 \\
 \hline
 \end{array}
 + \qquad \text{-----} +$$

9. Het DRIETALLIG stelsel is een stelsel, waarbij de getallen in stapeltjes van 3 worden samengenomen.

In het drietallig stelsel bestaan dus de cijfers 0, 1 en 2.

Probeer nu eens te ontdekken, hoe het getal

12021

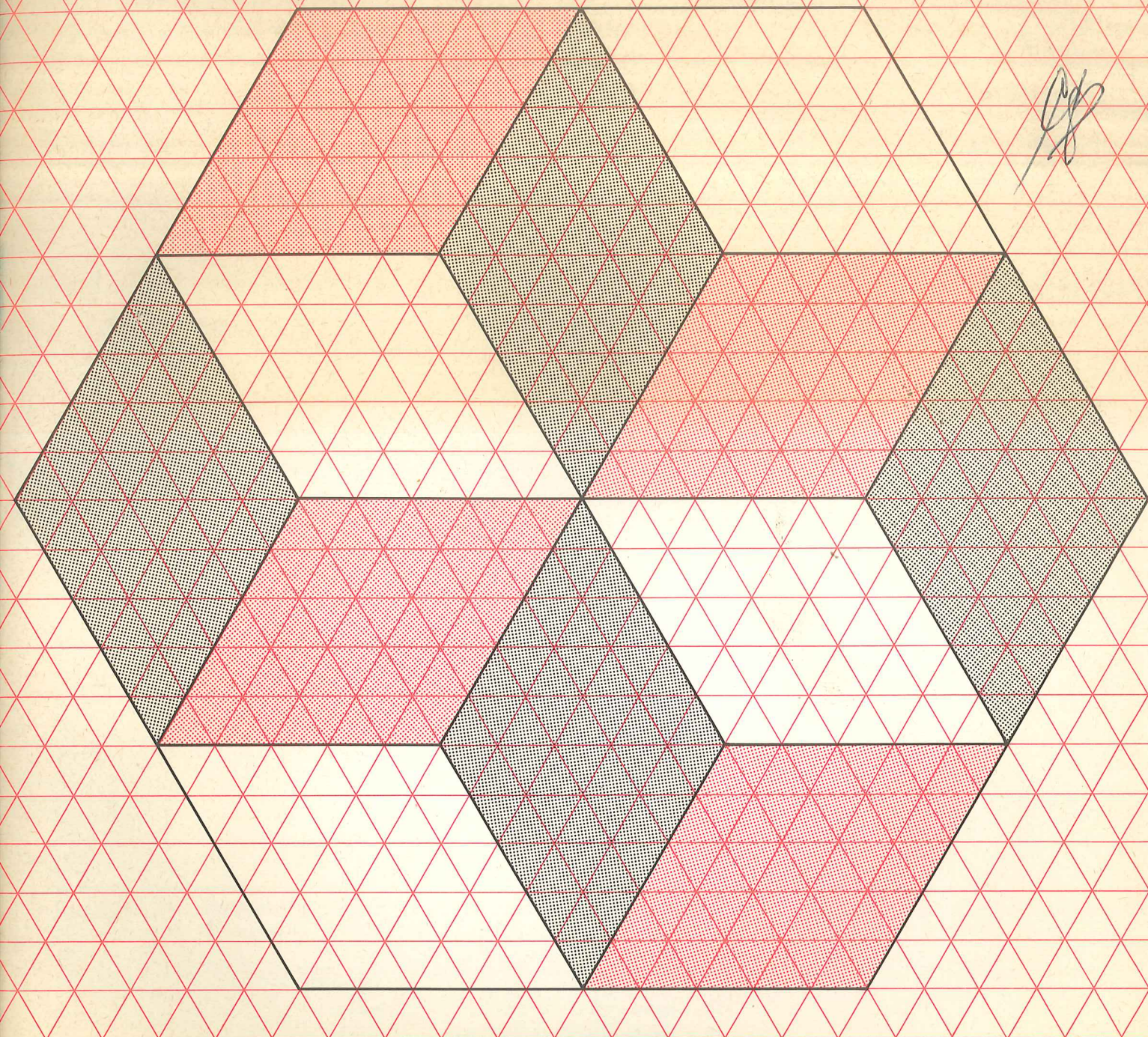
dat geschreven is in het drietallig stelsel, geschreven wordt in het tientallig stelsel.

Oplossing :

Het getal 12021 (3t) = (10t).

10. Het getal 21031 is geschreven in het VIJFTALLIG stelsel.
Welk getal is dat in het tientallig stelsel?

Antwoord: 21031 (5t) = (10t).



van *a* tot *Z*

wiskunde werkschrift voor de brugklas

van *a* tot *z*

wiskunde-werkschrift voor de brugklas

Dr. P.M. van Hiele

met medewerking van:

H.L. de Groot

J.A. Hartman

Ir. K. Kok

H.N. Schuring

A.C. Vis

INHOUD

1	dobbelsteen	vierkant	1
		ster	2
2	turven, stapelen en noteren	schooljaar	3
		een eeuw	4
3	spiegelen	masker	5
		scheepslamp	6
		plant	7
4	coördinaten	stadsplan	8
		het schip	9
		de hond	10
		de vis	11
5	verdelen en samenvoegen	zeshoek	12
6	origineel en beeld	voetbaltoto	13
8	vergroten en richtingen	indiaan	14
		tamboer	15
		papegaai	16
		richtingen 1	17
		richtingen 2	18
9	vlakvullingen	tegels in de gang 1	19
		tegels in de gang 2	20
10	afstanden	letters	21
11	verzamelingen	verzamelingen van punten	22
12	translaties	voetballer, pinguin	23
13	afbeeldingen in het vlak	visser	24
		molen, lijstje	25
		scheve spiegelas	26
15	grafieken	functies	27
16	inverse- en samengestelde functies	grafieken	28
17	hoeken	regelmatige zeshoek	29
		klokken	30
18	optellen en aftrekken	aftrekken van vectoren	31
		verdeel eigenschap	32
19	kubus, balk, prisma, piramide	kubus en balk	33
		delen van een kubus	34
		piramides 1	35
		piramides 2	36
20	wisselen, verdelen, schakelen	schakelen	37
21	produkten en machten	machten	38
		verdeel eigenschap	39
22	bewerkingen	het verdubbelen van een vierkant	40
23	vergelijkingen	nomogrammen	41
24	meetkundige figuren	assen van symmetrie	42
		spiegelen	43
25	verzamelingen op de getallenrechte	grafieken	44
		nomogram	45
26	richtingen	estafetteloopster	46
		verzamelingen in de meetkunde	47
27	werken op schaal	voetbalveld	48

van A tot Z

AZ

werkboek der wiskunde voor het brugjaar

dr. P. M. van Hiele / ir. K. Kok / H. N. Schuring

1c

AZ

Dr. P. M. VAN HIELE

Ir. K. KOK

H. N. SCHURING

van *a* tot *z*

WERKBOEK DER WISKUNDE VOOR DE
BRUGKLAS VOOR HAVO-VWO

deel Ic , 2e druk



1969

J. MUUSSES NV

PURMEREND

HOOFDSTUK IV. DRIEKANTE CENTIMETER

In dit hoofdstuk maken wij kennis met de gelijkzijdige driehoek, de regelmatige zeshoek en als oppervlakte eenheid de driekante centimeter.

Gelijkzijdige driehoek en regelmatige zeshoek

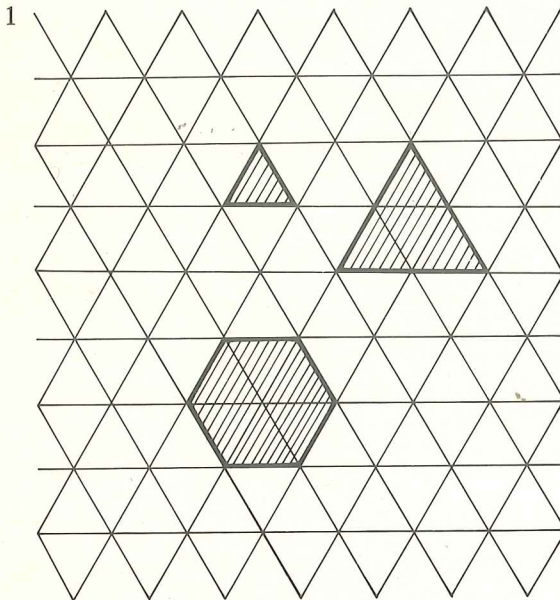


Fig. 8

a. Hierboven zie je een gedeelte van een vlak dat gevuld is met gelijke driehoeken, die zijden hebben met een lengte van 1 cm. De oppervlakte van zo'n driehoek noemen wij een driekante centimeter. De oppervlakte van de driehoek met zijden die 2 cm lang zijn, is gelijk aan 4 driekante cm. Iedere driehoek, waarvan alle zijden gelijk zijn, noemt men gelijkzijdige driehoek.

Teken een gelijkzijdige driehoek met zijden die 3 cm lang zijn. Hoe groot is de omtrek en de oppervlakte van deze gelijkzijdige driehoek?

INHOUD

Hoofdstuk I. Getallenrijen	5
De rij der kwadraten	5
De termen van een getallenrij	6
De rij der even getallen, de rij der oneven getallen	7
De rij der vijfvouden	7
De rij der derde machten	7
Een getallenrij, gegeven door haar formule	8
Getallenrijen, die door hun formule gegeven worden	8
Overzicht	9
Hoofdstuk II. Getallenrijen als functies	10
De rij der vijfvouden en de rij der kwadraten	10
Afbeelding op de getallenrechte	10
Getallenrijen gegeven door functies	11
Berekeningen in getallenrijen	11
Het benoemen van een gegeven getallenrij	11
De rij der priemgetallen	11
Overzicht	12
Hoofdstuk III. De kubus	13
Afstand van twee punten van een kubus	13
Oppervlakten van delen van een kubus	13
Het aanduiden van lijnstukken en vlakken	14
Overzicht	14
Hoofdstuk IV. Driekante centimeter	15
Gelijkzijdige driehoek en regelmatige zeshoek	15
Overzicht	16
Hoofdstuk V. Getallenrijen en getallenverzamelingen	17
Grafieken met twee horizontale getallenrechten	17
Grafieken waarbij de beelden verticale lijnstukken zijn	17
Machten	18
Nog enige nieuwe getallenrijen	18
Grafieken van functies met grote beeldwaarden	19
Gemengde getallenrijen	19
Getallenverzamelingen, die een andere getallenverzameling geheel bevatten	20
De doorsnede van twee getallenverzamelingen	20
Overzicht	21

Hoofdstuk VI. Veelvlakken en veelhoeken	22
Achthoek 22	
Kubus, viervlak, achthoek 23	
Het tellen van de ribben en de hoekpunten van een veelvlak 23	
Verbindingslijnstukken van punten 23	
Diagonalen van een veelhoek 24	
Regelmatig twaalfvlak 24	
Regelmatig twintigvlak 25	
Overzicht 26	
Hoofdstuk VII. Grafieken	27
De functie $x \rightarrow \frac{1}{2}x^2$ 27	
De functie $x \rightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2$ 27	
De functie $x \rightarrow x^2 - 4x + 5$ 27	
Tabel van machten 28	
De functie $x \rightarrow 2^x$ 28	
De functie $x \rightarrow x^3$ 29	
Overzicht 29	
Hoofdstuk VIII. Grafieken in de praktijk	30
Hoofdstuk IX. Lijnen en coördinaten	35
Coördinaten en lijnstukken 35	
Het bepalen van een figuur met behulp van coördinaten 35	
Hoofdstuk X. Verzamelingen	36
Het begrip „deelverzameling” 36	
Het begrip „doorsnede” 36	
Het begrip „vereniging” 37	
Het begrip „lege verzameling” 38	
Het beoordelen van uitspraken 39	
Overzicht 39	
Hoofdstuk XI. Venn-diagrammen	40
Twee verzamelingen met een lege doorsnede 40	
Twee verzamelingen, waarbij de ene een deelverzameling is van de andere 41	
Het Venn-diagram van drie verzamelingen 42	
Hoofdstuk XII. Ruit en spiegeling	44
De eigenschappen van iedere ruit 44	
De eigenschappen van het spiegelen 45	
Overzicht 46	

Hoofdstuk XIII. Vergelijkingen	47
Eenvoudige vergelijkingen	47
Iets moeilijker vergelijkingen	47
Het verband tussen optellen en vermenigvuldigen	47
Het verband tussen optellen en aftrekken	48
Het verband tussen vermenigvuldigen en delen	48
Het verband tussen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen	49
Overzicht	49
Hoofdstuk XIV. De verzameling van deelverzamelingen	50
De gegeven verzameling bestaat uit twee elementen	50
De gegeven verzameling bestaat uit drie elementen	50
De gegeven verzameling bestaat uit vier elementen	51
De gegeven verzameling bestaat uit één element	51
De gegeven verzameling is de lege verzameling	51
De gegeven verzameling bestaat uit n elementen	52
Overzicht	52
Hoofdstuk XV. Symmetrie	53
Symmetrie bij een cirkel	53
Het bepalen van een ingewikkelde figuur met behulp van coördinaten	53
Overzicht	54
Hoofdstuk XVI. Spiegelning en construeren	55
Spiegelningen in een vierkant	55
Constructies van ruiten	55
Cirkel en rechte	56
Cirkel en driehoek	56
Twee congruente elkaar snijdende cirkels	56
Toepassing van een eigenschap van symmetrie	56
Hoofdstuk XVII. Algebraïsche notatie	57
Som, verschil, produkt en quotiënt	57
Het omzetten van woordentaal in rekenkundige taal	57
Het omzetten van rekenkundige taal in woordentaal	58
Het omgekeerde van een getal	58
Enige namen	58
De commutatieve eigenschap	59
Het omzetten van woordentaal in rekenkundige taal	59
Het omzetten van rekenkundige taal in woordentaal	59
Het omzetten van woordentaal in algebraïsche taal	60
Het omzetten van algebraïsche taal in woordentaal	60
Overzicht	60

Hoofdstuk XVIII. Verzamelingen van punten	61
Doorsnede van puntverzamelingen	61
Elementen van puntverzamelingen	61
Hoofdstuk XIX. Talstelsels	63
Het omrekenen van een getal uit het tientallig stelsel in een ander talstelsel	63
Het omrekenen van een getal uit een ander talstelsel in het tientallig stelsel	64
De tafels van vermenigvuldiging	65
Talstelsels in de geschiedenis	65
Het telraam	66
De herkomst van de tekens voor de bewerkingen	67
Hoofdstuk XX. Gelijkbenige driehoek	68
Eigenschappen van iedere gelijkbenige driehoek	68
Constructies van gelijkbenige driehoeken	68
Overzicht	68
Hoofdstuk XXI. Oplossingsverzamelingen	69
De verzameling \mathbb{Q}	69
De oplossingsverzameling	69
Vergelijkingen, met voorwaarde dat $x \in \mathbb{N}$	70
Vergelijkingen, met voorwaarde dat $x \in \mathbb{Q}$	70
Gemengde opgaven	71
Overzicht	71
Hoofdstuk XXII. Negatieve getallen	72
Negatieve temperatuur	72
Negatieve getallen	73
Andere voorbeelden van negatieve waarden	74
Vragen over groter en kleiner	74
Het afbeelden van groter- en kleiner-relaties	74
Doorsneden van getallenverzamelingen	75
Overzicht	75
Hoofdstuk XXIII. Vliegers en coördinaten	76
Eigenschappen van iedere vlieger	76
Constructies van vliegers	76
Een oefening in het gebruik van negatieve coördinaten	76
Overzicht	77
Hoofdstuk XXIV. Gelijkbenig trapezium	78
Eigenschappen van ieder gelijkbenig trapezium	78

Constructies van gelijkbenige trapezia	78
Figuren, die symmetrische puntenparen tot hoekpunten hebben	78
Overzicht	79

Hoofdstuk XXV. Origineel en beeld van getallenverzamelingen **80**

De verzameling \mathbb{Z}	80
De grafiek van $x \rightarrow 3x + 2$	81
De grafiek van $x \rightarrow 2x$	81
De grafiek van $x \rightarrow (-2)x$	81
Het vermenigvuldigen met een negatieve factor	82
De grafiek van $x \rightarrow x^2$	82
Overzicht	83

Hoofdstuk XXVI. Regelmatige veelhoeken **84**

Regelmatige achthoek	84
Regelmatige zeshoek	84
Gelijkzijdige driehoek	85
Middelpunt van symmetrie	85
Overzicht	86

Hoofdstuk XXVII. Hoeken **87**

Constructie van de bisectrix van een hoek	87
Constructies van driehoeken	87
Het overbrengen van een hoek	87
Som en verschil van twee hoeken	88
Het construeren van hoeken	88
Indeling van de hoeken in soorten	89
Overzicht	89

Hoofdstuk XXVIII. Breuken **90**

De getallenverzameling \mathbb{Q}	90
Breuken, opgevat als quotiënten	90
Het vereenvoudigen van breuken	91
Het optellen en aftrekken van gelijknamige breuken	91
Het optellen en aftrekken van ongelijknamige breuken	92
Wat betekent: vermenigvuldigen met een breuk?	92
Het omgekeerde van een getal	93
Het delen door een breuk	93
Overzicht	94

Hoofdstuk XXIX. Bijzondere rechten in een driehoek **95**

Zwaartelijnen van een driehoek	95
Bisectrices van de hoeken van een driehoek	95
Hoogtelijnen van een driehoek	95

Middelloodlijnen van de zijden van een driehoek 96
 Omgeschreven cirkel van een driehoek 97
 Projectie 97
 Overzicht 98

Hoofdstuk XXX. Het rekenen met breuken 99

De bewerkingen, toegepast op breuken 99
 Breuken, waarvan teller of noemer gelijk nul zijn 99
 Grafieken van gebroken functies 100
 De plaats van breuken in een gegeven getallenverzameling 101
 Overzicht 101

Hoofdstuk XXXI. De hoofdbewerkingen in getallenverzamelingen 102

De getallenverzameling \mathbb{N} 102
 De getallenverzameling \mathbb{Z} 103
 De getallenverzameling \mathbb{Q} 103
 Som, verschil, produkt en quotiënt van twee breuken 104
 Overzicht 104

Hoofdstuk XXXII. Constructies van bijzondere rechten 106

Constructies van loodlijnen, bisectrices, enz. 106
 Constructies van merkwaardige lijnen in een driehoek 106
 Middelloodlijnen van de zijden van een ruit 106
 Bisectrices en loodlijnen 106
 Omtrek van een driehoek 107
 Projectie 107
 Gelijkstandige hoeken in congruente driehoeken 107

Hoofdstuk XXXIII. Vlakvullingen 109

Vulling van een vlak met andere congruente regelmatige veelhoeken 109
 Som der hoeken van iedere veelhoek 109
 Overzicht 110

Hoofdstuk XXXIV. Machten 111

Produkten van machten van hetzelfde grondtal 111
 Oefeningen met letters 111
 Produkten van vormen met coëfficiënten 112
 Macht van een macht van een willekeurig grondtal 112
 Quotiënten van machten van hetzelfde grondtal 113
 Het produkt van twee gelijknamige machten 113
 De machtseigenschappen in verschillende getallenverzamelingen 114
 De eigenschappen van machten in algebrataal 114
 Verdere oefeningen met letters 115
 Overzicht 115

Hoofdstuk XXXV. De commutatieve eigenschap	117
De commutatieve eigenschap	117
Het vereenvoudigen van algebraïsche vormen	117
De commutatieve eigenschap en verzamelingen	119
Overzicht	120
Hoofdstuk XXXVI. Eigenschappen van figuren	121
Enkele namen	121
Rechthoekige driehoek	121
Definities	122
Eigenschappen van figuren	123
Redeneringen met behulp van harken en zagen	123
Overzicht	124
Hoofdstuk XXXVII. De associatieve eigenschap	125
De associatieve eigenschap	125
Toepassingen van de associatieve en de commutatieve eigenschap	125
De associatieve eigenschap en verzamelingen	126
Overzicht	126
Hoofdstuk XXXVIII. De distributieve eigenschap	127
De distributieve eigenschap	127
Eenvoudige toepassingen van de distributieve eigenschap	128
Het ontbinden in factoren in de algebra	128
Andere toepassingen van de distributieve eigenschap	129
Produkten van tweetermen	129
Het omzetten van algebrataal in woordentaal	130
Toepassingen van het letterrekenen	130
De getallen nul en een	130
Bewijzen voor de distributieve, associatieve en commutatieve eigenschap bij de vermenigvuldiging van natuurlijke getallen	131
Overzicht	131
Hoofdstuk XXXIX. Definities en verzamelingen	132
Conclusies uit definities	132
Eigenschappen van figuren	132
Driehoek, beschreven in een halve cirkel	132
Koördenvierhoek	133
Overzicht	133
Hoofdstuk XL. Vragen over de regels der wiskunde	134
Vragen over de regels der algebra	134
Vragen over de regels der meetkunde	135
Regels der wiskunde	138

**Bens Bosteels Bouqué
De Roover Dewilde
Smisaert Snauwaert**

OPBOUW

NIEUWE SCHOOLWISKUNDE

I

**zesde klasse
eerste jaar middelbaaronderwijs**

UITGEVERSFIRMA AD.WESMAEL-CHARLIER NAMEN

BENS BOSTEELS BOUQUÉ DE ROOVER DEWILDE SMISSAERT SNAUWAERT

OPBOUW

NIEUWE WISKUNDE

I

ZESDE KLASSE

Eerste jaar Middelbaar Onderwijs



UITGEVERSFIRMA AD. WESMAEL-CHARLIER, N. V. NAMEN
1964

HOOFDSTUK 12

MACHTEN. VIERKANTSWORTELS. TALSTELSELS

12. 1. Machten. *11.4.2*

a) In 4.3 vonden we dat $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3$. De optelling van een stel gelijke getallen geeft dus aanleiding tot een nieuwe bewerking : de vermenigvuldiging; de vermenigvuldiger (3) geeft het aantal termen van de som aan; het vermenigvuldigtal (5) is de waarde van één term.

Op analoge wijze, wordt uit de vermenigvuldiging van een stel gelijke getallen, een nieuwe bewerking afgeleid : *de machtsverheffing*.

Men stelt $5 \cdot 5 \cdot 5$ kort voor door 5^3 , waarvoor men leest « 5 tot de 3e macht » of « de 3e macht van 5 ».

b) *Algemene definitie* :

$$a^n = a \text{ tot de } n^e \text{ macht} = \text{de } n^e \text{ macht van } a \\ = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factoren}} = \text{produkt van } n \text{ factoren } a.$$

Men noemt a het *grondtal* van de macht (= de waarde van één factor), n de *exponent* van de macht (= het aantal factoren).

Het bepalen van een macht noemt men een *machtsverheffing*.

c) *Bijzondere gevallen* :

a) een *tweede macht* wordt ook een *kwadraat* genoemd :

$$a^2 = a \text{ tot de } 2^e \text{ macht} = a \text{ kwadraat} = a \cdot a.$$

b) Symbolen zoals a^1 en a^0 hebben, volgens b), eigenlijk geen zin. Toch heeft men, om praktische redenen, afgesproken aan elk van deze symbolen een betekenis te geven, en wel :

$$a^1 = a; \quad a^0 = 1, \quad \text{als } a \neq 0.$$

Hoe komen we er aan?

d) VOORBEELDEN (reken zelf uit!) :

$0^0 =$	$1^0 =$	$2^0 =$	$5^0 =$	$7^0 =$
$0^1 =$	$1^1 =$	$2^1 =$	$5^1 =$	$7^1 =$
$0^2 =$	$1^2 =$	$2^2 =$	$5^2 =$	$7^2 =$
$0^3 =$	$1^3 =$	$2^3 =$	$5^3 =$	$7^3 =$
$0^4 =$	$1^4 =$	$2^4 =$	$5^4 =$	$7^4 =$
$0^5 =$	$1^5 =$	$2^5 =$	$5^5 =$	$7^5 =$

Uit deze voorbeelden blijkt al, dat $a^n \neq n^a$, zolang $n \neq a$: grondtal en exponent zijn dus *niet verwisselbaar*: m. a. w. de machtsverheffing is geen commutatieve bewerking.

Een belangrijke rij wordt gevormd door de machten van 10 :

$$\begin{array}{lll} 10^0 = 1 & 10^1 = 10 & 10^2 = 100 \\ 10^3 = 1\ 000 & 10^4 = 10\ 000 & 10^5 = 100\ 000 \dots \end{array}$$

Formuleer nu zelf de regel om deze rij voort te zetten.

Deze rij wordt ook de rij der *termen van de schaal* genoemd. Zo is bijvoorbeeld :

$$\begin{aligned} 27\ 095 &= 2 \times 10\ 000 + 7 \times 1\ 000 + 0 \times 100 + 9 \times 10 + 5 \\ &= 2 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 5 \times 10^0. \end{aligned}$$

e) Is de machtsverheffing een interne bewerking in \mathbb{N} ?

12. 2. Vierkantwortels.

Omdat $4^2 = 16$, zeggen we, omgekeerd, dat 4 de vierkantwortel van 16 is. Voor de uitdrukking « de vierkantwortel van 16 » wordt het symbool $\sqrt{16}$ geschreven. Voorgaande zin ziet er dus in symbolen als volgt uit :

$$\sqrt{16} = 4 \Leftrightarrow 16 = 4^2.$$

$$\text{Algemeen} \quad \sqrt{a} = b \Leftrightarrow a = b^2. \quad (a, b \in \mathbb{N})$$

b heet de (*nauwkeurige*) vierkantwortel van a.

b) De (*nauwkeurige*) vierkantwortel van een natuurlijk getal is dus een ander natuurlijk getal, waarvan het kwadraat gelijk is aan het gegeven getal. De bewerking, die toelaat een vierkantwortel te bepalen, heet de *vierkantworteltrekking*; ze is de inverse van de tweede machtsverheffing (kwadratering). Voor deze bewerking zul je later een algemene werkwijze leren. Voorlopig gaat het maar, indien je voldoende kwadraten uit het hoofd leert, of een tabel van kwadraten aanlegt. Voorbeelden : trek de vierkantwortel uit de volgende getallen : 9, 16, 25, 0, 1, 64, 625, 100, 1 000 000.

c) Is de vierkantworteltrekking een interne bewerking in \mathbb{N} ?

12. 3. De telling. — Talstelsels.

Men noemt « telling » ieder systeem om de natuurlijke getallen met symbolen voor te stellen.

1^o Het ons meest vertrouwde systeem heeft zijn oorsprong in onze tien vingers, en wordt het *tientallig stelsel* genoemd. Hierin worden alle natuurlijke getallen voorgesteld door middel van de tien symbolen (*cijfers*) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(2 ³)	(2 ²)	(2 ¹)	(2 ⁰)
&	⊕ ⊕ ⊕	* * * * *	Af te tellen verzameling.
	Zet hiernaast een & voor ieder tweetal ⊕ 's	Zet hiernaast een ⊕ voor ieder tweetal * 's	Zet hiernaast een * voor ieder tweetal elementen.
	←	←	←
	⊕ overschot	geen * over	. over
achttal (A)	viertal (V)	0 tweetalen (T)	eenheid (E)

⇒ aantal elementen wordt geschreven : $||0|$
 $= |A + |V + 0T + |E$.

In dit systeem is dus $1 = |$, $2 = |0$, $2^2 = 4 = |00$, $2^3 = 8 = |000$,
 De binaire termen van de schaal (cfr n^r 1. 4) zijn dus machten van 2 ($= |0$).

Vraagstuk I. — Een binair geschreven natuurlijk getal omzetten in decimaal schrift. Iedere | vertegenwoordigt een bepaalde term van de schaal, dus een bepaalde macht van 2; tel al die machten samen.

VOORBEELDEN :

$$|0|1|0| = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5$$

$$= 1 + 4 + 8 + 32 = 45$$

↓
 van rechts naar links

$$||1|0|0|1|0 = 2 + 8 + 32 + 64 + 128 = 234.$$

Vraagstuk II. — Een decimaal geschreven getal omzetten in binair schrift. Splits van het getal de hoogst mogelijke macht van 2 af, herbegin met de rest, enzovoort tot je 1 of 0 overhoudt.

VOORBEELDEN : $76 = 64 + 12 = 64 + 8 + 4 + 0 = |00|1|00$

↓
 van links naar rechts

$$125 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 1 = ||1|1|0|$$

Binair optelling. — Onthoud de « optellingstabel » :

$$\begin{array}{r|l} + & 0 | \\ \hline 0 & 0 | \\ | & | | 0 \end{array}$$

verder dezelfde « techniek » als in het tientallig stelsel.

VOORBEELDEN :

$$\begin{array}{r} 100101 \\ 11110 \\ \hline 1000011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 10101 \\ 1010 \\ 1001 \\ \hline 1000011 \end{array}$$

Maak voor ieder voorbeeld de proef in het decimaal stelsel.

Binaire vermenigvuldiging. — Onthoud de « vermenigvuldigingstabel » :

$$\begin{array}{r|l} \times & 01 \\ \hline 0 & 00 \\ | & 01 \end{array}$$

verder dezelfde « techniek » als in het tientallig stelsel.

VOORBEELD :

$$\begin{array}{r} 110110 \\ 1011 \\ \hline 110110 \\ 110110 \\ 110110 \\ \hline 110110 \\ \hline 1001010010 \end{array}$$

Maak de proef in het decimaal stelsel!

3^o Merk op, dat de twee voorgaande stelsels z. g. « positionele » stelsels zijn, d. w. z. dat de waarde van ieder cijfer afhangt van de rang, die het in het gehele symbool inneemt.

Een voorbeeld van niet-positioneel (en erg onpraktisch) stelsel is dat van de Romeinse cijfers :

$$\begin{array}{l} 1 = I, \quad 5 = V, \quad 10 = X, \quad 50 = L, \\ 100 = C, \quad 500 = D, \quad 1000 = M. \end{array}$$

VOORBEELDEN : lees : M D C C C X L V (= geboortejaar van Georg CANTOR, grondlegger van de theorie der verzamelingen); schrijf in Romeinse symbolen : 1918 (= sterfjaar van Cantor).

OPGAVEN

12. 1. Bereken, zo snel mogelijk, de volgende machten :

$$2^{10}, \quad 5^6, \quad 8^4, \quad 10^{10}.$$

12. 2. Geef vijf voorbeelden waaruit blijkt dat de machtsverheffing geen commutatieve bewerking is.

12. 3. Maak de volgende sommen 1, 1 + 3, 1 + 3 + 5, 1 + 3 + 5 + 7, 1 + 3 + 5 + 7 + 9, ... en constateer dat je zo de rij van de kwadraten van de getallen uit N vindt. Maak nu een kwadraattafel van de natuurlijke getallen van 1 tot en met 50. Gebruik daarna die tafel om de vierkantwortels te vinden van de volgende getallen :

$$289, \quad 1\,225, \quad 1\,764, \quad 676, \quad 2\,401.$$

12. 4. Werk uit in het binair stelsel en maak telkens de proef in het tientallig stelsel :

$$\begin{array}{r}
 11\ 101 \\
 + 1\ 010 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 10\ 111 \\
 1\ 101 \\
 + 1\ 110 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1\ 111 \\
 \times 111 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 10\ 101 \\
 \times 1\ 011 \\
 \hline
 \end{array}$$

12. 5. Schrijf de volgende tientallig voorgestelde getallen, in binair schrift :

11, 28, 76, 95, 100.

12. 6. Schrijf dezelfde getallen (12, 5) in het drietallig stelsel, met de symbolen 0 voor 0, 1 voor 1, Z voor 2.

12. 7. Schrijf de volgende binair voorgestelde getallen in het tientallig stelsel :

10 111; 10 010; 101 010; 11 101 111; 1 011 001.

INHOUD

DEEL I : VERZAMELINGEN

1. Inleidende begrippen	9
2. Bewerkingen met verzamelingen	17
3. Eigenschappen van de bewerkingen met verzamelingen — Partitie	23
4. Relaties	31
5. Eigenschappen van relaties in één verzameling	40
6. Functies en bifuncties	47
7. Herhalingsopgaven	52

DEEL II : STUDIE VAN DE GETALLEN

A. — De natuurlijke getallen en hun verbindingen.

8. De natuurlijke getallen	57
9. De optelling van de natuurlijke getallen	62
10. De aftrekking van de natuurlijke getallen	69
11. De vermenigvuldiging van de natuurlijke getallen	78
12. Machten, vierkantswortels, talstelsels	87
13. De deling van de natuurlijke getallen	93
14. De deelbaarheid van de natuurlijke getallen en haar toepassingen	99

B. — Uitbreiding van het getalbegrip

15. De gehele getallen	109
16. De (niet-negatieve) rationale getallen	120
17. De tiendelige getallen	136

DEEL III : BEGRIPPEN UIT DE MEETKUNDE

18. Vlak en rechte	145
19. Hoeken	149
20. Lijnstukken	158
21. Evenwijdigheid	163
22. Convexiteit	168

23. Parallelogrammen	170
24. Oriëntatie	176
25. Spiegelingen	182
26. Draaiingen	194
27. Verschuivingen	200
28. Congruente figuren	206
29. Optelling van vectoren. De verzameling Z der gehele getallen	210

DEEL IV : VERGELIJKINGEN EN VRAAGSTUKKEN

30. Uitspraken. Uitspraakvormen. Vergelijkingen	221
31. Het oplossen van vraagstukken volgens de algebraïsche methode	231
32. Percentrekening	240
33. Intrestrekening	245

DEEL V : METRIEK STELSEL

34. Elementen van metriek stelsel	251
35. Het berekenen van omtrekken, oppervlakten en volumes	261

DEEL VI : TOEMAATJES ALS ONTSPANNING 275

drie in één



tweede stuk

j. postema en

a. j. v.d. wiel

c. h. schumacher

met medewerking van

stam technische boeken



Drie in één

REKENEN, ALGEBRA EN MEETKUNDE MET BEHULP
VAN VERZAMELINGEN EN TRANSFORMATIES

P2
tweede stuk

J. Postema *en*
A.J. v.d. Wiel

met medewerking van
C.H. Schumacher

tweede, gewijzigde druk

STAM TECHNISCHE BOEKEN

Culemborg



Anney-Plantyn
Birmingham-Stam
Culemborg-Educaboek
Deurne/Antwerpen-Plantyn
Lausanne-Delta
PorzarnRhein-Stam

© 1975 Stam Technische Boeken B.V.
ISBN 90 11 19755 0 Educaboek B.V., Industrieweg 1, Culemborg,
The Netherlands.
First published 1971.

Niets uit deze uitgave mag worden veeveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotocopie, microfilm of op welke andere wijze ook, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission from the publisher.

Bindwerk: Boekbinderij J.A. v.d. Sanden B.V., Culemborg.

Inhoud

EERSTE STUK

- 1 Verzamelingen
- 2 Getallen in de verzameling \mathbb{Z}
- 3 Figuren in het rooster
- 4 Verzamelingen van de rationale getallen
- 5 Vergelijkingen

TWEEDE STUK

6 De verzameling van reële getallen

- | | | |
|---------------------|--|----|
| 1 | Worteltrekken | 9 |
| 2 | Hogeremachtswortel | 13 |
| 3 | Vermenigvuldigen in de verzameling \mathbb{R} | 14 |
| 4 | Delen in de verzameling \mathbb{R} | 17 |
| 5 | Optellen en aftrekken in de verzameling \mathbb{R} | 19 |
| 6 | Opgaven | 20 |
| 7 | Machten in de verzameling \mathbb{R} | 21 |
| 8 | Complement van een verzameling | 22 |
| 9 | Samenvatting | 25 |
| Herhalingsopgaven I | | 26 |

7 Maatschappijrekenen

1	Procenten	34
2	Kapitaal en rente	38
3	Verzekeringen	41
4	Kostprijsberekeningen	46
5	Snelheidsberekeningen	48
6	Opgaven	50
7	Samenvatting	53
	Herhalingsopgaven II	55

8 De computer

1	Inleiding	57
2	De besturing	58
3	Het blokschema	60
4	Het geheugen	66
5	Rekenen met de computer	72
6	De opdracht: „Schrijf”	77
7	Het invoeren van gegevens	79
8	De opdracht: „Lees”	84
9	Samenvatting	86
	Herhalingsopgaven III	88

9 Pythagoras, symmetrie en spiegelen, driehoeken

1	De stelling van Pythagoras	91
2	Symmetrische figuren	98
3	Groepen driehoeken	113
4	Constructies	118

5	Opgaven	124
6	Samenvatting	129
	Herhalingsopgaven IV	131

10 Lichamen in het rooster

1	Het ruimterooster	138
2	De balk in het rooster	140
3	De kubus in het rooster	148
4	Het prisma in het rooster	151
5	Samenvatting	155
	Herhalingsopgaven V	156

8

DE COMPUTER

§ 1 Inleiding

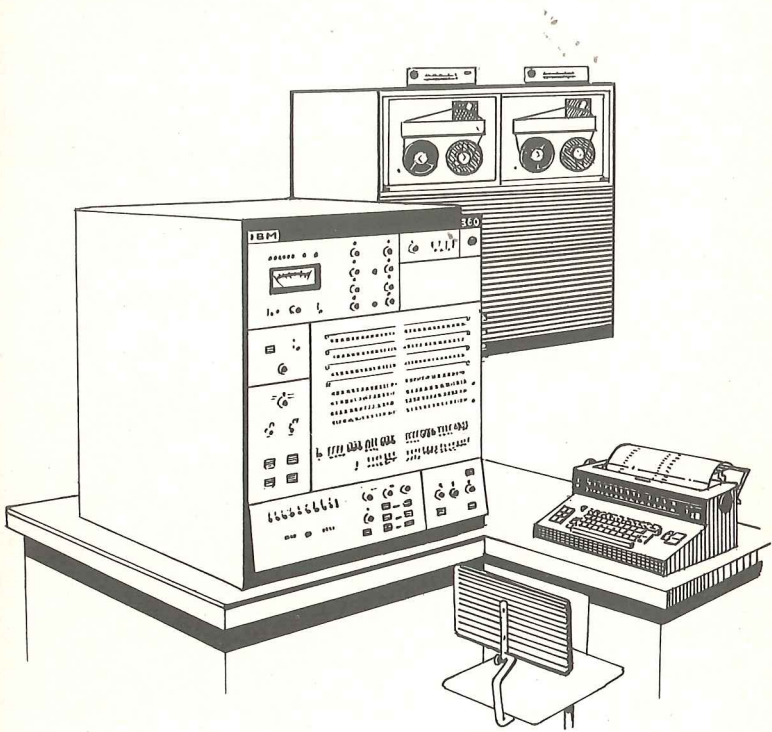


fig. 8-1

We gaan het eens hebben over „computers”.

Je zou zo'n ding zélf wel willen hebben: één druk op de knop, en alles wat je weten wil, komt eruit rollen. Want wat een computer kan, kan niemand.

Je bent niet de enige die er zo over denkt; de meeste mensen zien de computer als een machtig denkapparaat, zó machtig dat je er bang voor zou worden.

We kunnen je echter direct vertellen, dat een computer helemaal niet denkt, en zelfs niet denken kán. Er zit geen greintje verstand in, en er komt ook geen greintje verstand uit: een computer is gewoon een dom ding.

Alles wat je eruit wil halen, moet je er eerst zelf in stoppen.

Stop je in een computer: $2 \times 3 = 7$,

dan komt er ook uit: $2 \times 3 = 7$.

Als ik tegen jóu zeg: $2 \times 3 = 7$,

dan verbeter je dat: $2 \times 3 = 6$. **Jij denkt!**

Een computer kan niet denken!

De hele kwestie is, zo veel en zo nauwkeurig mogelijke gegevens in zo'n ding te stoppen, en eruit te halen wat eruit te halen is.

Als je gaat leren autorijden, zal de instructeur je eerst de verkeersregels en bediening leren. Daarna ga je pas deelnemen aan het verkeer. De instructeur leert je dus rijden, leert je de besturing.

Wat er onder de motorkap van de auto zit, is voor de meeste mensen een raadsel. Pas ná een cursus „Pech onderweg” durven ze de motorkap los te maken en een schroevendraaier en een steeksleutel te gebruiken. Wij beginnen bij deze bespreking van de computer ook met de besturing; later zullen we wel eens onder de „motorkap” kijken.

§ 2 De besturing

In paragraaf 1 hebben we gezien dat een computer *uit zichzelf* niets kan. Ook de besturing, die het werkproces regelt, wordt bedacht en samengesteld door de mens.

Iemand die de besturing van een computer verzorgt, noemen we een *programmeur*. De programmeur moet de computer stap voor stap leiden naar het einddoel.

Opgaven

- 1 Neem met een klasgenoot het roosterfiguur in fig. 8-2 voor je. Eén van jullie beiden probeert de ander van A naar B te leiden door „Ja” of „Nee” te antwoorden op de volgende vragen die de ander bij ieder roosterpunt stelt:
 - Rechtdoor? (Blijf een eenmaal ingeslagen richting volgen!)
 - Linksaf?
 - Rechtsaf?

Geef wel de eerste stap aan. Van A naar C bijvoorbeeld, doe je dat als volgt:

„Start: ga van (2,2) naar (2,3).”

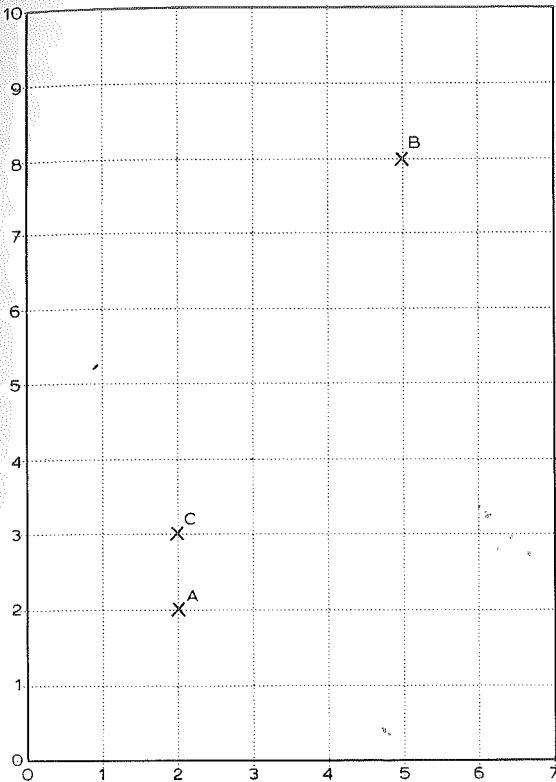


fig. 8-2

- 2 Schrijf zonder dat je buurman het ziet, een getal op kleiner dan 100. Tel het aantal keren dat je buurman nodig heeft om het getal te bepalen, als hij alleen maar vragen mag: „Groter dan”? of: „Kleiner dan”? Jij mag alleen maar antwoorden met: „Ja” of: „Nee”, of (als het getal geraden is) met: „Stop”.
Speel daarna het spelletje andersom: jij vraagt, hij geeft antwoord. Wie in het minste aantal keren het getal geraden heeft, is winnaar.

- 3 Schrijf een beroep op.
Tel het aantal keren, anders gezegd het aantal stappen, dat je buurman nodig heeft om het beroep te raden, als jij alleen maar „Ja”, „Nee” of „Stop” mag zeggen.
Daarna andersom:
jij vraagt, hij geeft antwoord.

§ 3 Het blokschema

Eigenlijk kan een computer niets anders dan „Ja” en „Nee” zeggen. Om ervoor te zorgen dat de computer alleen maar „Ja” of „Nee” hoeft te antwoorden, maakt een programmeur een programma. Maar voordat hij het eigenlijke programma maakt, stelt hij een blokschema op. Het blokschema geeft de grote lijnen aan met de verschillende mogelijkheden hoe een probleem opgelost kan worden.

Zie fig. 8-3

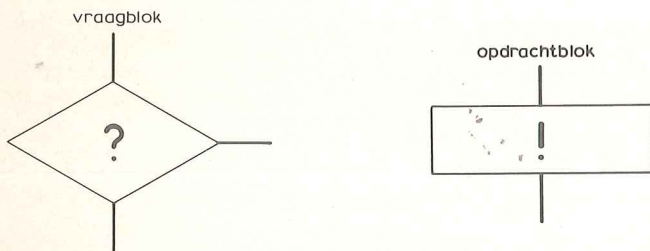


fig. 8-3



In een blokschema gebruiken we de volgende blokken:

- vraagblokken;
- opdrachtblokken.

Opgaven

- 1 Vul in (fig. 8-4):
 In een vraagblok komt een ...
 In een opdrachtblok komt een ...

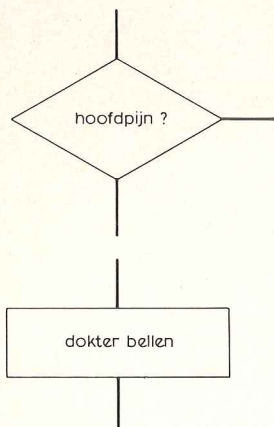


fig. 8-4

- 2 Vul in:
- | | |
|--------------------|-----------------------|
| „Was je handen!” | komt in een ... blok. |
| „Is je werk af?” | komt in een ... blok. |
| „Waar woont Kees?” | komt in een ... blok. |
| „Neem een hamer!” | komt in een ... blok. |
| „Hoeveel is?” | komt in een ... blok. |
| „Reken uit!” | komt in een ... blok. |
| „Kom hier!” | komt in een ... blok. |
| „Kom je?” | komt in een ... blok. |

In een blokschema werken we de opdrachten en vragen af van boven naar beneden, en van links naar rechts.
 Als je een opdracht hebt uitgevoerd, verlaat je het opdrachtblok aan de onderkant (fig. 8-5).

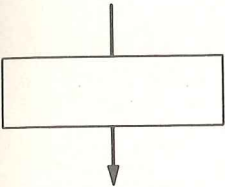


fig. 8-5

Als je een vraag met „Ja” hebt beantwoord, verlaat je het vraagblok aan de onderkant, met „Nee” aan de rechterzijkant (fig. 8-6).

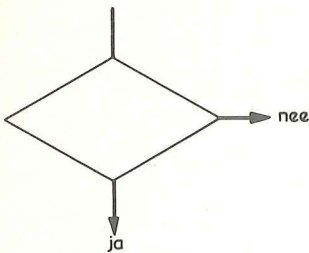


fig. 8-6



We beginnen altijd met: „start”.

Voorbeeld

Vraag:

„Wat doen we na het werk?“

Het blokschema dat dit probleem oplost, staat in fig. 8-7.

Het blokschema vertelt ons:

„Als je je handen hebt gewassen, ga je naar huis.“

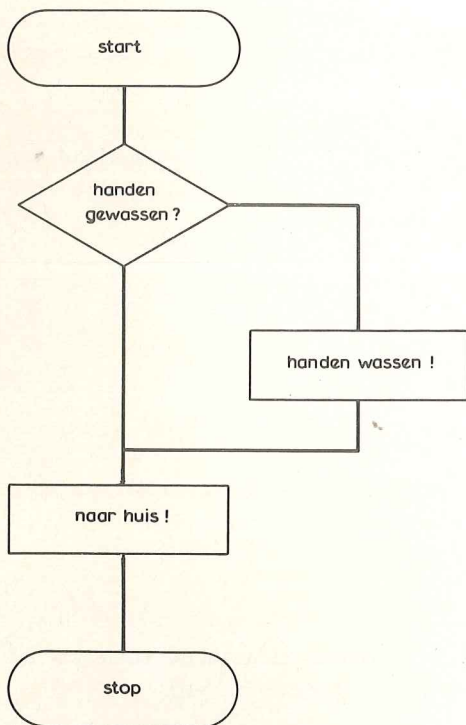


fig. 8-7

Vul in:

Bij een vraagblok verlaten we na het antwoord „Ja” het blok aan de . . . kant, en gaan we direct door naar het . . . blok. Dit blok verlaten we, na de opdracht te hebben uitgevoerd, aan de onderkant.

Vul in:

Na het antwoord „Nee” verlaten we het vraagblok aan de . . . kant, we komen dan bij het . . . blok, verlaten dit aan de . . . kant, komen bij het volgende . . . blok enz.

Uiteindelijk komen we bij: „stop”.



We eindigen altijd met: „stop”.

Voorbeeld

In fig. 8-8 is het blokschema getekend dat aangeeft:

„Als je hout vlak en haaks is en alles afgetekend is, zagen we de paring uit en plaatsen we hem.”

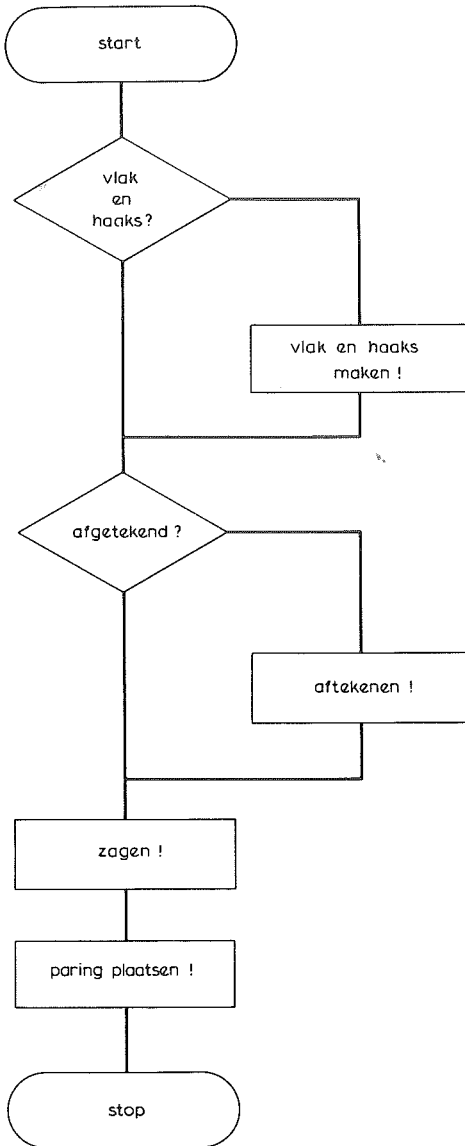


fig. 8-8

Opgaven

- 3 In het magazijn moeten we onze resten rondstaal weer uitzoeken en sorteren.
 Stukken van 3 meter lengte plaatsen we in rek A, van 2 m in rek B en van 1 m in rek C.
 Zet de vragen en opdrachten in het blokschema in fig. 8-9.

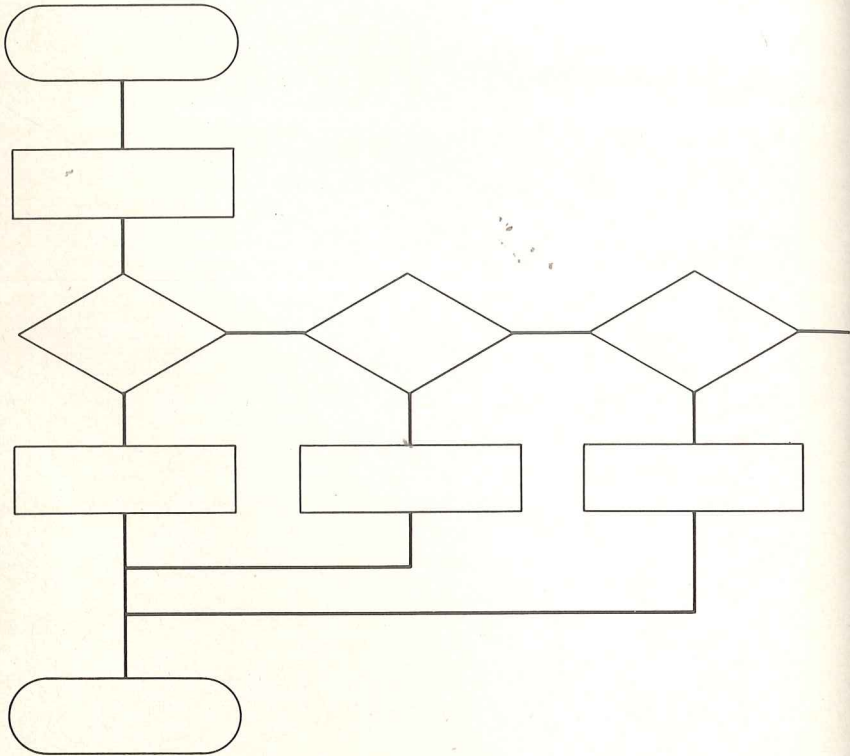


fig. 8-9

- 4 Vul het blokschema in fig. 8-9 aan met de blokken die aangeven dat de stukken die geen 3 m, 2 m of 1 m lang zijn, in rek D geplaatst moeten worden.

- 5 Maak een blokschema van de blokken in fig. 8-11. Denk aan de juiste volgorde.



fig. 8-10

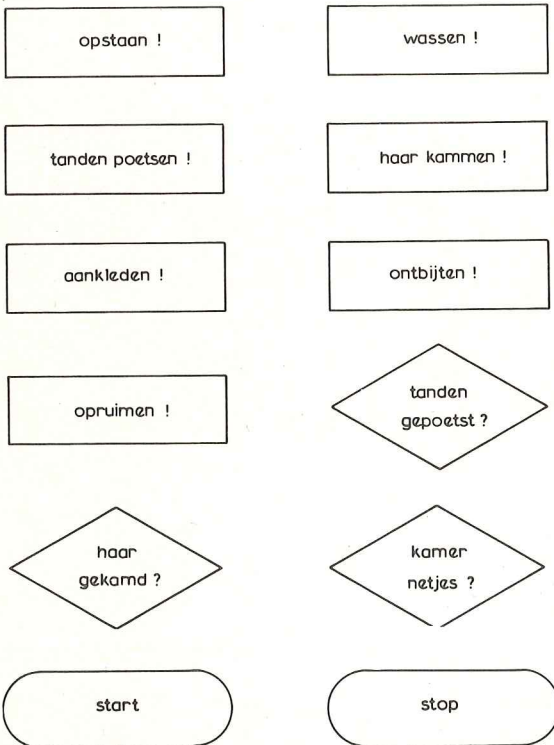


fig. 8-11

- 6 Het wordt weer eens tijd om de nieuwe aanwinsten voor onze postzegelverzameling te selecteren.
Maak een blokschema.

De vragen en opdrachten zijn:

Nederland?

Duitsland?

België?

Bij Nederland!

Bij Duitsland!

Bij België!

§ 4 Het geheugen

Als we onder de „motorkap” van een computer kijken, zien we een „doos”. Hierin bewaart de computer alle gegevens die de mens erin heeft gestopt.

Dit onderdeel van de computer noemen we het *geheugen*.

Bij de computer in fig. 8-1 bestaat het geheugen uit een groot aantal kleine magnetiseerbare ringetjes.

GEHEUGENPLAATSEN

In het geheugen kan een ontzagwekkend aantal getallen bewaard worden.

Verder kan de computer door middel van elektrische stroomstootjes in een razend snel tempo optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en vergelijken.

Dit alles geschiedt in het *rekenorgaan*.

De plaats waar je in het computergeheugen een getal kunt opbergen, noemt men een *geheugenplaats*.

Elke geheugenplaats heeft een bepaald *adres*.

Het adres waarop inwoners van een stad of dorp wonen, kun je in het dagelijks leven als volgt aangeven:

- Jansen woont in de Koppelstraat op nr. 15.
- De Vries woont in de Landstraat op nr. 38.

Maar ook kun je zeggen:

- In de Koppelstraat op nr. 15 woont ...
- In de Landstraat op nr. 38 woont ...

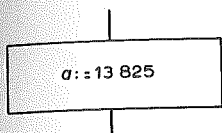
In het geheugen van een computer geven we het adres van een geheugenplaats ook op zo'n manier aan, b.v.:

- 13 825 „woont op” a .
- 24 982 „woont op” b .
- 10 793 „woont op” c .

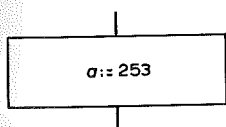
En omgekeerd:

- Op a „woont” ...
- Op b „woont” ...
- Op c „woont” ...

In computertaal zeggen we:
„ a wordt 13 825”
en we geven dit aan door:



Jansen kan in het huis van De Vries gaan wonen, maar ook getallen kunnen verhuizen:



In de geheugenplaats a stond eerst 13 825; dit wordt gewijzigd in 253. Een geheugenplaats kan dus andere „bewoners” krijgen.

Met behulp van opdrachtblokken en door stapje voor stapje verder te gaan, zullen we nu samen nagaan wat er in het geheugen van de computer gebeurt.

Naast het blokschema tekenen we daartoe een geheugenschema.

We beginnen altijd met vraagtekens (fig. 8-12).

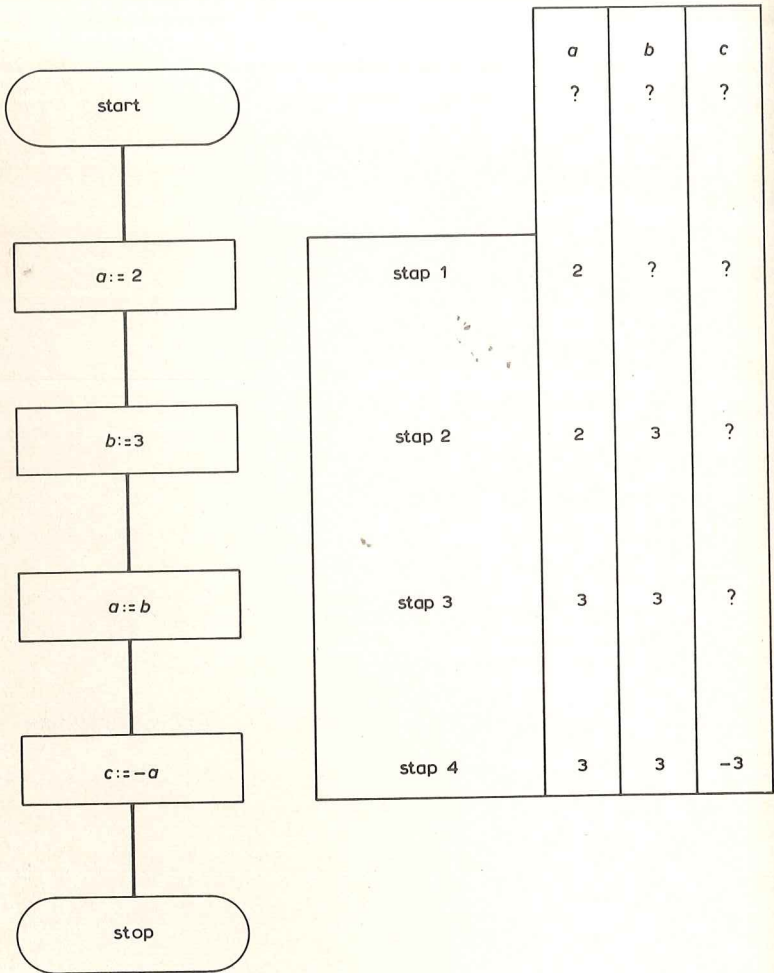


fig. 8-12

De vraagtekens aan het begin geven aan dat het nog maar de vraag is wat we in de computer zullen stoppen:

- bij de eerste stap geven we voor de geheugenplaats a een 2;
- bij de tweede stap blijft a nog 2 en voor b voeren we 3 in;
- bij de derde stap: a wordt wat op dat moment opgeborgen is in b ;
- bij de vierde stap: c wordt het tegengestelde van wat op dat moment opgeborgen is in a .

Opgaven

- 1 Ga het blokschema in fig. 8-13 en het daarbij behorende geheuenschema eens na. Als er niets wordt ingevoerd of veranderd, laten we de vraagtekens staan.

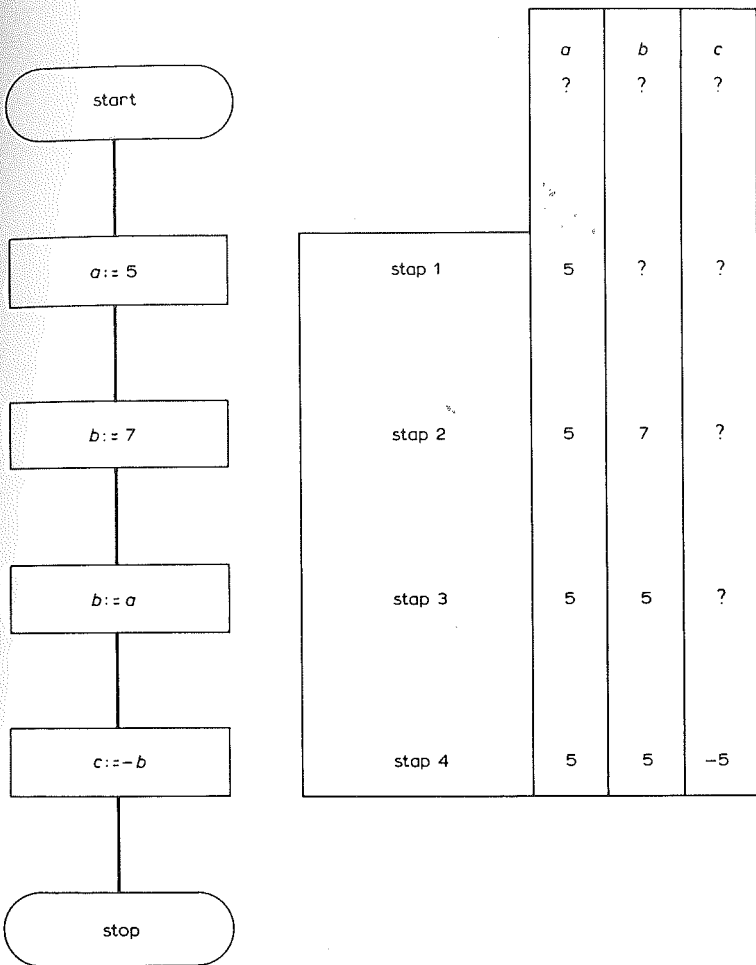


fig. 8-13

2 Werk zelf uit (fig. 8-14):

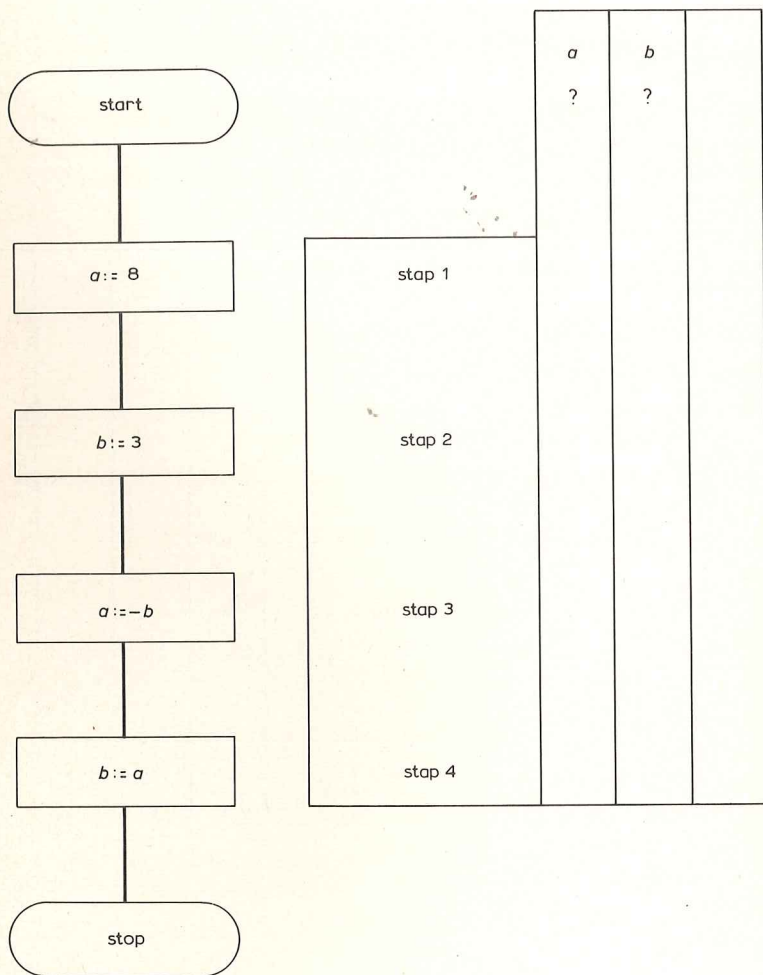


fig. 8-14

3 Maak de geheugenschema's bij de blokschema's in fig. 8-15.

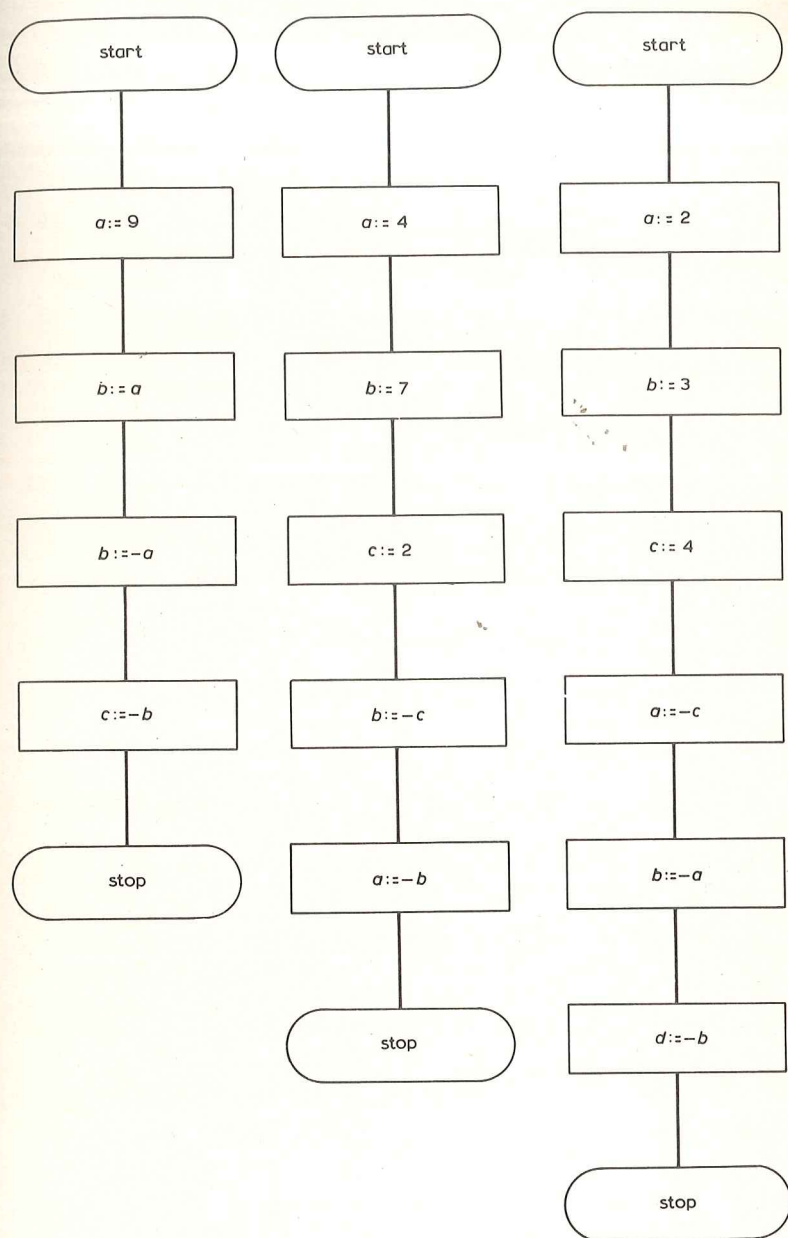


fig. 8-15

In het voorafgaande hebben we alleen getallen in de geheugenplaatsen gewijzigd of ingevoerd.

In de volgende paragraaf gaan we daadwerkelijk rekenen met de computer.

§ 5 Rekenen met de computer

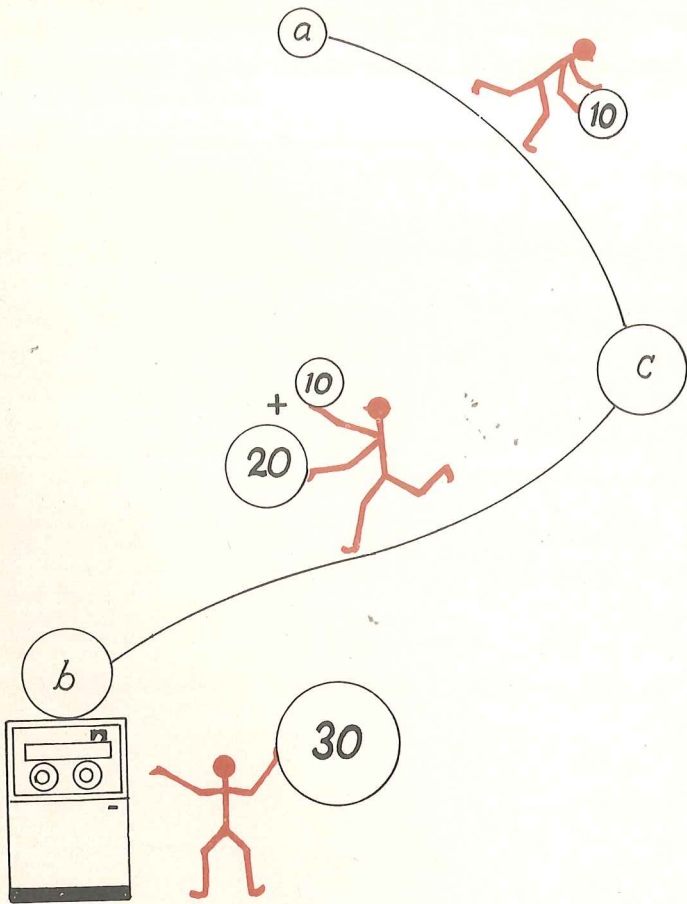
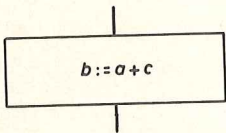


fig. 8-16

We geven de computer de volgende opdracht:



De computer „kijkt” eerst in de geheugenplaats a , „roetst door” naar de geheugenplaats c en telt dan de twee gevonden getallen in een mum van tijd bij elkaar op. Daarna bergt hij de uitkomst op in de geheugenplaats b .

We maken de volgende afspraken:



- Optellen geven we aan met: $a + b$
- Aftrekken geven we aan met: $a - b$
- Vermenigvuldigen geven we aan met: $a \times b$
- Delen geven we aan met: a/b
- We gebruiken nooit twee tekens direct achter elkaar.

Met behulp van een blokschema en een geheugenschema bestuderen we wat de computer doet bij het berekenen van de volgende opgave:
 $12 \times 18 - 3 + 2 \times 5$

zie fig. 8-17.

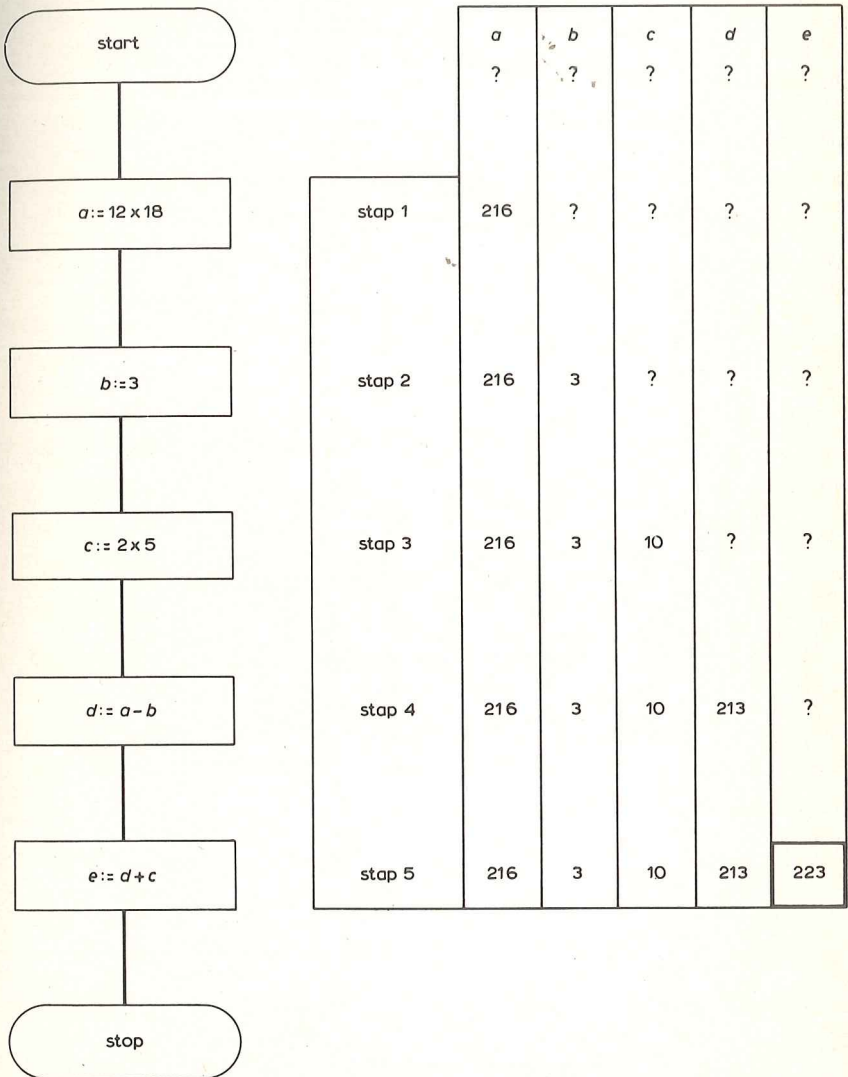


fig. 8-17

De computer heeft de einduitkomst 223 in de geheugenplaats e opgeborgen.

In het voorgaande hebben we reeds gezien dat de geheugenplaatsen variabel zijn, d.w.z. de ene keer hebben we in geheugenplaats a het getal 15 opgeborgen, maar direct daarna kunnen we die 15 eruit halen en er b.v. 37 in stoppen.

Opgave

- 1 Heeft het variabel zijn van de geheugenplaatsen invloed op het aantal kolommen van een geheugenschema? Verklaar je antwoord.

Voorbeeld

$$(22 + 17) \times 3 + 5 \times 8$$

Zie fig. 8-18.

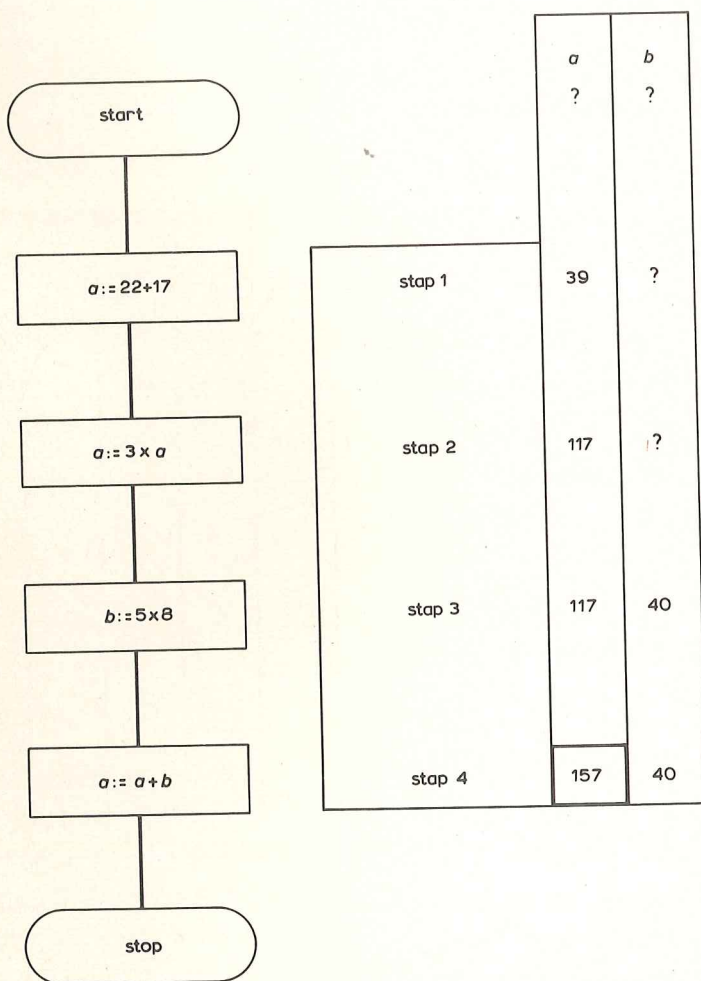


fig. 8-18

In de eerste stap verdwijnt 39 en wordt 117 opgeborgen.

In de vierde stap verdwijnt 117 en wordt 157 opgeborgen.

Opgaven

- 2 Werk de blokschema's in fig. 8-19 uit met behulp van het geheugenschema.

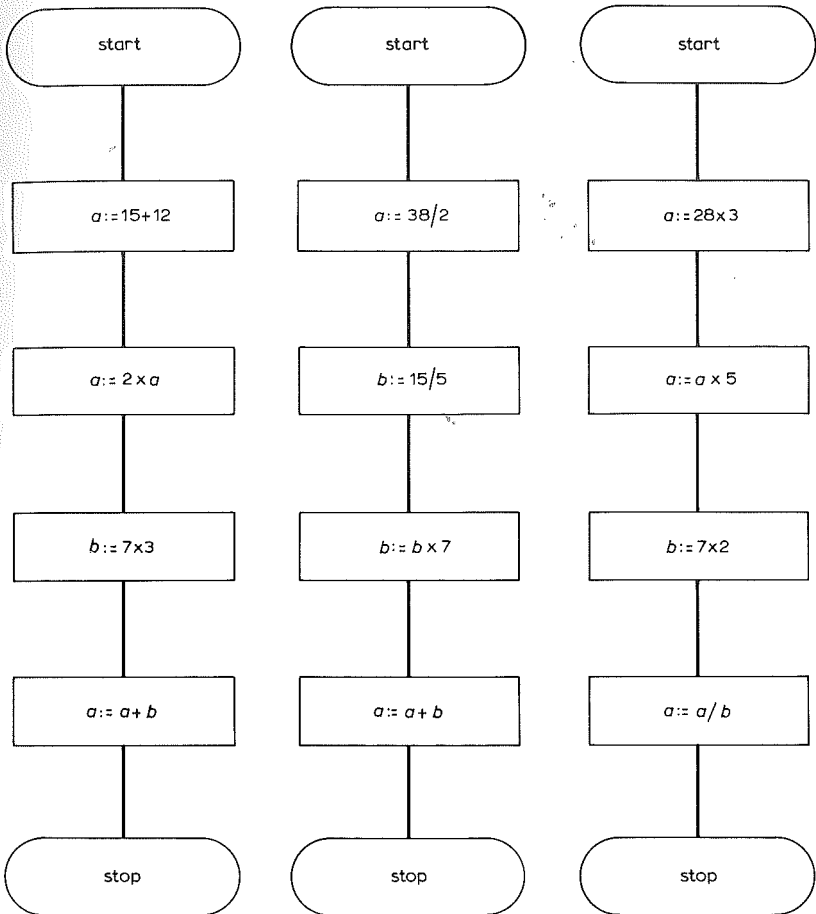


fig. 8-19

- 3 Stel van de volgende opdrachten zelf het blokschema en het geheugenschema op. Gebruik zo weinig mogelijk kolommen.

- $15 \times 3 \times 6 : 5 + 8$
- $12 : 4 + 8 : 2 \times 4$
- $(20 - 12) : 2 + 15 : 3$
- $38 : 2 + 7 - 2 \times 5 + 10$
- $15 + 4 + 9 - 8 \times 2 + 15 : 3$

- 4 Maak zelf een opdracht en werk hem uit!

We willen onze computer eens uit laten rekenen hoe groot de inhoud van een bakje is van $10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$.
 De oppervlakte is $10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$.
 De inhoud is: opp. $\times 8 \text{ cm}$.
 Zie daarvoor fig. 8-20.

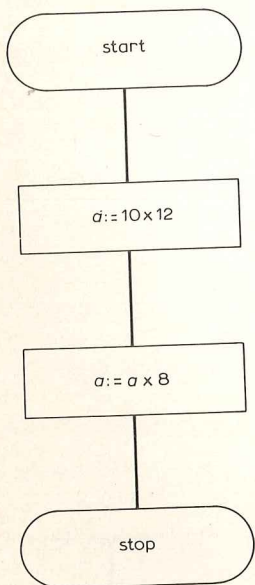


fig. 8-20

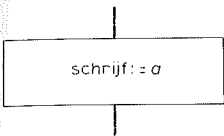
- 5 Stel een blokschema op voor de berekening van de oppervlakte van een vierkant met zijden van 5 cm , en doe hetzelfde voor de omtrek.
- 6 Stel een blokschema op voor de berekening van de oppervlakte van een trapezium met evenwijdige zijden van 12 cm en 8 cm en een hoogte van 10 cm .
- 7 Maak een blokschema voor het volgende probleem:
 Je krijgt $f 3,00$ zakgeld per week. Per jaar koop je vijf boeken van $f 8,00$ per stuk en zes grammofoonplaten van $f 9,00$ per stuk.
 Hoeveel houd je per jaar over?

§ 6 De opdracht: „Schrijf”

In de vorige paragrafen hebben we de computer al heel wat werk laten doen en zijn alle uitkomsten in geheugenplaatsen opgeborgen.

De vraag is nu:
hoe krijgen we zichtbare resultaten uit de computer?

Om iets uit het geheugen te krijgen, geven we de computer de opdracht:



Als we hem deze opdracht geven, wordt alles wat in de geheugenplaats a is opgeborgen, afgedrukt. Dit gebeurt door een automatische schrijfmachine die aan de computer is verbonden.

Opgaven

- 1 Op een fabriek werken 50 geschoolde en 30 ongeschoolde arbeiders 45 uur per week. De geschoolden verdienen f 5,00 per uur, de ongeschoolden f 3,00 per uur.
Wat heeft de automatische schrijfmachine afgedrukt bij het blokschema in fig. 8-21 op pag. 78?
Welke opdrachten moeten gewijzigd worden, als er de volgende week twee geschoolde werknemers bij komen?
- 2 Maak een blokschema van het volgende probleem:
Een auto rijdt 4 uur met een snelheid van 80 km/h, daarna 2 uur lang met een snelheid van 100 km/h.
We willen aflezen:
 - de afgelegde weg na 4 uur;
 - de afgelegde weg in de laatste 3 uur van deze 4 uur;
 - de totaal afgelegde weg;
 - de gemiddelde snelheid in km/h.

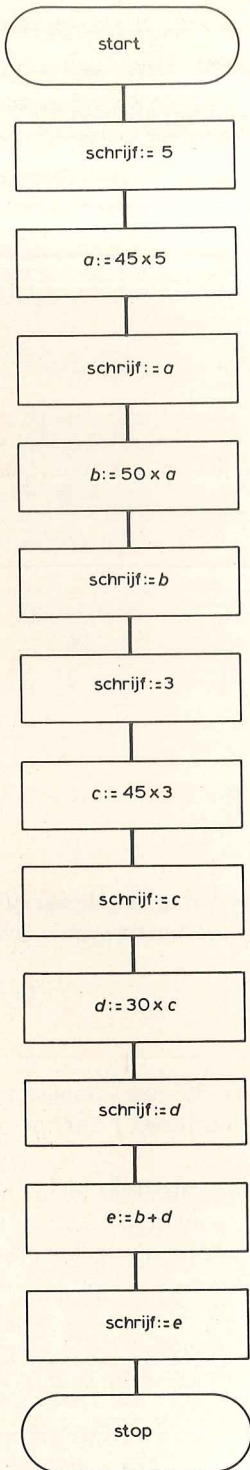


fig. 8-21

- 3 Maak een blokschema voor de berekening van de oppervlakte van de tekening in fig. 8-22.

We willen aflezen:

- de oppervlakte van elk van de delen waaruit de tekening is opgebouwd;
- de totale oppervlakte.

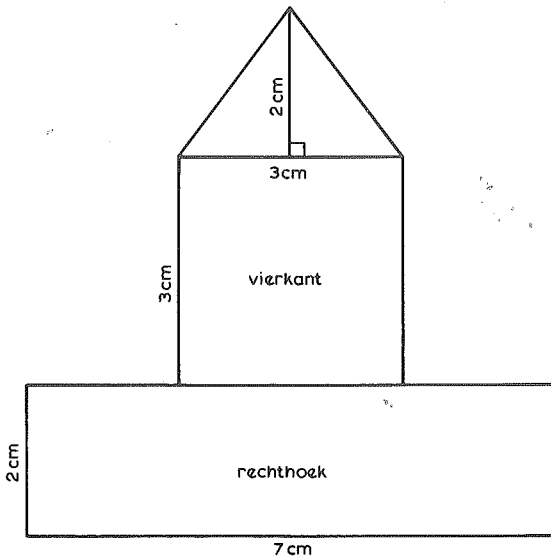


fig. 8-22

§ 7 Het invoeren van gegevens

Je hebt je misschien al afgevraagd: hoe plaats ik mijn gegevens in de geheugenplaatsen van de computer?

Hiervoor laten we de computer lezen. Een computer kan op verschillende manieren lezen; de meest gebruikelijke zijn door:

- ponskaarten;
- ponsbanden;
- magneetbanden.

Vraag:

Hoe maakt men de eerste twee manieren mogelijk? (Denk aan het woord „ponsen”.)

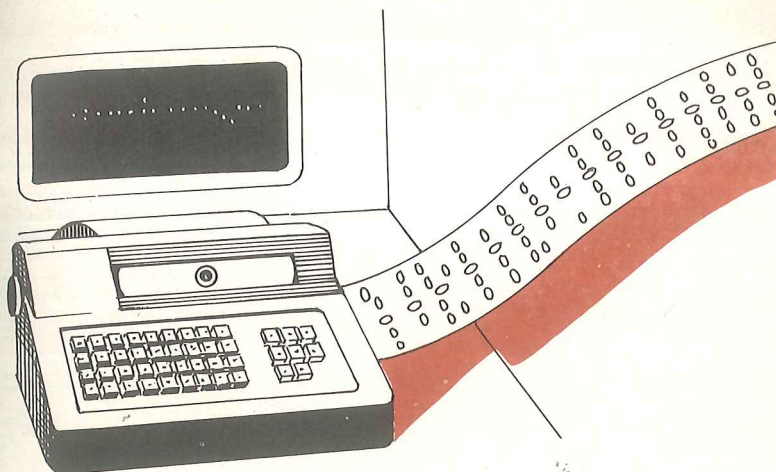


fig. 8-24

Op magneetbanden kunnen heel kleine vlakjes gemagnetiseerd worden (fig. 8-25).

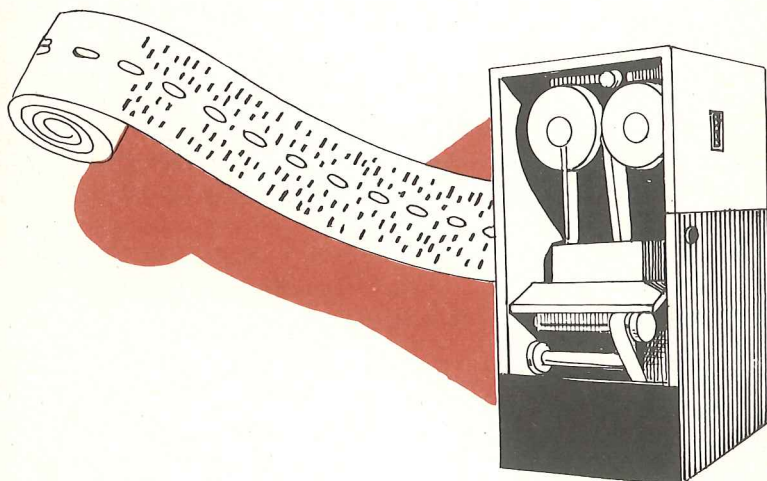


fig. 8-25

We zullen nu het lezen van de computer met ponsbanden behandelen. Het lezen van ponskaarten en magneetbanden komt neer op hetzelfde principe.

PONSBANDEN

Met een ponsbandmachine worden in een papieren band gaatjes geponst. Iedere combinatie van gaatjes geeft een letter, getal of leesteken enz. aan (fig. 8-26).

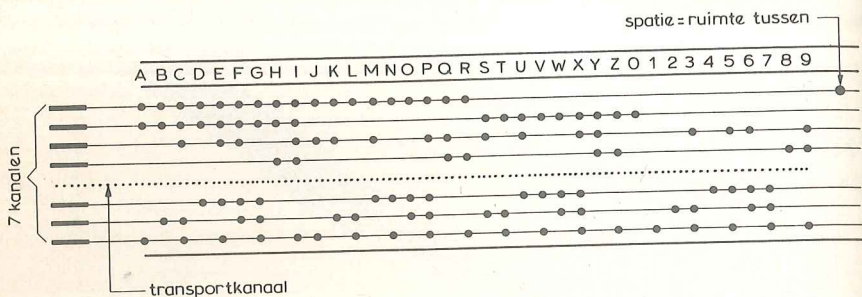


fig. 8-26

Er bestaan ponsbanden met vier, met vijf en met nog meer „kanalen”. Met een ander kanaal met alleen maar kleine gaatjes, het transportkanaal, wordt de band door de machine geleid.

Opgaven

- 1 Teken sterk vergroot op roosterpapier een gedeelte van een ponsband met zeven kanalen, waarop staat: „VERZAMELINGEN”.

Een echte ponsmachine werkt natuurlijk veel sneller dan jij in de vorige opgave hebt gedaan. Slaan we op het toetsenbord van een ponsmachine b.v. een A aan, dan worden in één keer liefst drie gaatjes in de band geponst.

Door middel van een lamp en een foto-elektrische cel „leest” de computer met een ponsbandleesmachine de ponsband. Foto-elektrische cellen laten elektrische stroompjes door als er licht door valt, en er valt licht door de ponsbanden daar waar de gaatjes zitten (fig. 8-27).

We zien:

gaatje, dus licht, dus elektrische stroom;
geén gaatje, dus géén licht, dus géén elektrische stroom.

De elektrische stroom magnetiseert in het geheugen een bepaald kerntje; zo worden getallen in het geheugen opgeborgen. We noemen een gaatje op de ponsband een *bit*.

- 2 Vul in:

Op de ponsband in fig. 8-26 heeft:

- A ... bits
- B ... bits
- C ... bits
- 7 ... bits

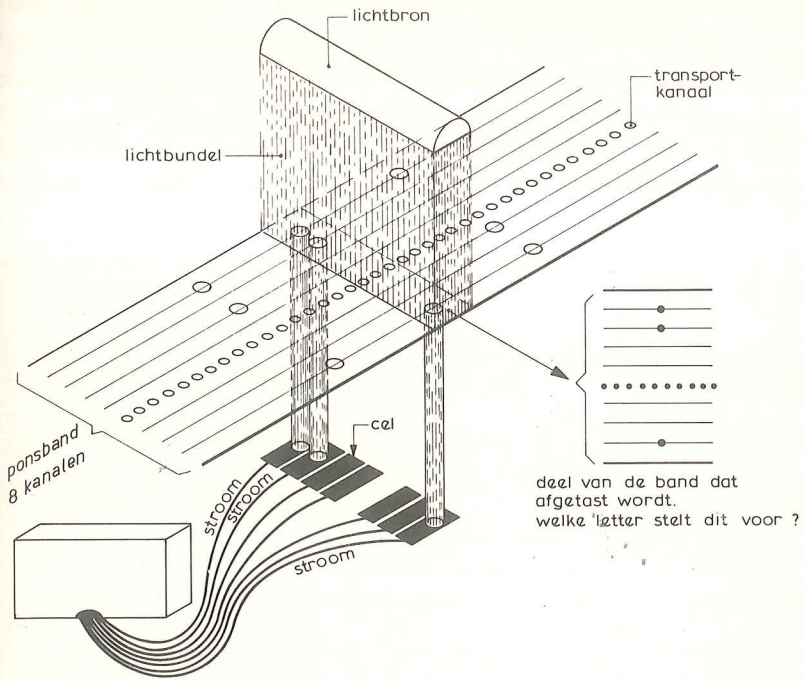




fig. 8-27

We spreken af:

-  „Wél stroom” geven we het getal 1;
-  „Géén stroom” geven we het getal 0.

Op de ponsband van fig. 8-26 kunnen we met de getallen 1 en 0 alle letters en cijfers aangeven.

3 Vul in:

A	B	C	D	L	W	4	8
1	1	1
1	1	1
0	0	1
0	0	0
0	0
0	1
1	0

- 4 Horizontaal genoteerd krijgen de letters en cijfers uit opgave 3 de volgende combinaties:
- A: 1 1 0 0 0 0 1
 B: ...
 C: ...
 N: ...
 R: ...
 5: ...
 7: ...
 9: ...

Opmerking:

1 0 0 0 0 0 0 geeft een spatie (tussenruimte) tussen de cijfers en/of letters aan.

- 5 Vul nu met behulp van opgave 4 en fig. 8-26 in:
- J: ...
 A: ...
 N: ...
 E: ...
 N: ...
 P: ...
 I: ...
 E: ...
 T: ...

§ 8 De opdracht: „Lees”

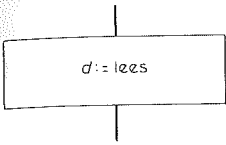
Behalve dat we de computer ponsbanden kunnen laten lezen, kunnen we hem ook een andere soort leesopdrachten geven. We geven zo'n leesopdracht als we een gegeven dat reeds in het geheugen is opgeborgen, willen gebruiken.

Opgaven

- 1 Vergelijk de volgende opdrachten:
- $28 \times 75 + 19 \times 518 - 81 \times 79$
 $(28 \times 75 + 19 \times 518 - 81 \times 79) : 27$

Welk gedeelte van de eerste opdracht kunnen we gebruiken om de tweede opdracht te bereiken?

Als de eerste opdracht is opgeborgen in de geheugenplaats *d*, kunnen we voor de tweede opdracht het volgende opdrachtblok gebruiken:



En ons blokschema voor de tweede opdracht zal er dus uitzien zoals is aangegeven in fig. 8-28.

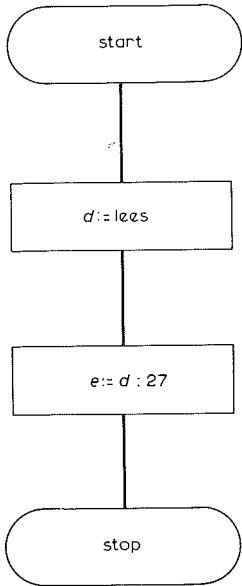


fig. 8-28

- 2 We geven de opdracht de som te berekenen van de getallen 10 tot en met 20.
We willen de som van de getallen van 10 tot en met 15, dan de som van 16 tot en met 20 en daarna de som van 10 tot en met 20 aflezen.
Maak het blokschema.
- 3 Als we willen weten hoe groot het gemiddelde is van de getallen 10 tot en met 20, welke leesopdracht geven we dan aan de computer?
Maak daarna het blokschema.

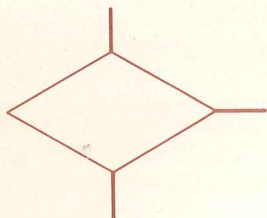
Op dit punt aangeland, stoppen we voorlopig met de behandeling van de computer. Je hebt genoeg geleerd om te weten hoe de „besturing” van een computer geschiedt.

§ 9 Samenvatting

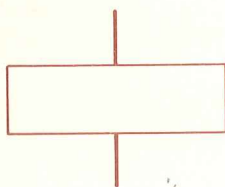
De hoofdfunctie van een computer is:

lezen, verwerken, opbergen van gegevens en het uitvoeren van opdrachten.

Voor een blokschema gebruiken we:

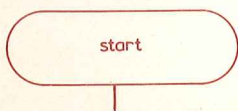


vraagblokken

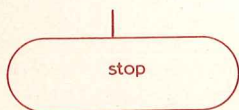


opdrachtblokken

We beginnen met:

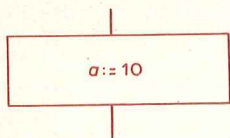


We eindigen met:



Vanuit een opdrachtblok gaan we rechtdoor; vanuit een vraagblok gaan we naar rechts of naar beneden.

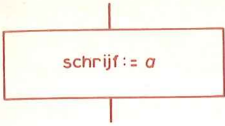
Getallen worden opgeborgen in een geheugenplaats in het geheugen:



in a wordt 10 opgeborgen.

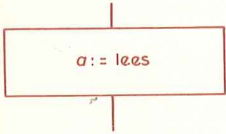
Naast een blokschema schrijven we vaak een geheugenschema.

Het opdrachtblok:



geeft opdracht om de gegevens in a af te drukken.

Het opdrachtblok:



geeft aan dat reeds ingevoerde gegevens in a moeten worden overgenomen.